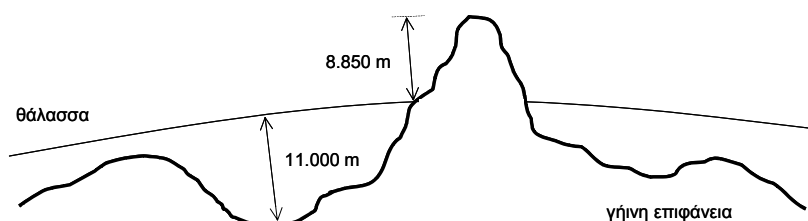


ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΤΗΣ ΓΗΣ – ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

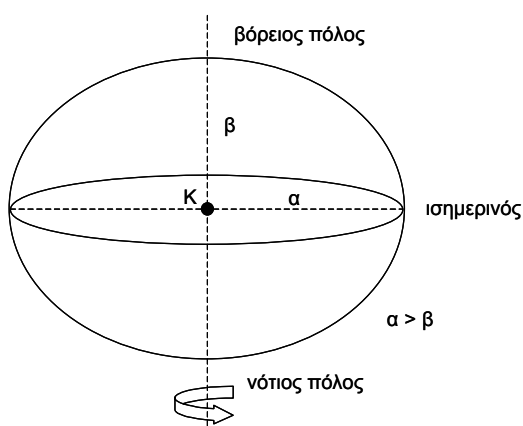
Το Σχήμα και το Μέγεθος της Γης

Η φυσική επιφάνεια της γης χαρακτηρίζεται από ένα ακανόνιστο σχήμα με μεγάλες εδαφικές εξάρσεις (Σχήμα 1). Οι κορυφές των ορέων φτάνουν μέχρι τα 9.000 μέτρα πάνω από τη θάλασσα, ενώ τα βάθη των ωκεανών εγγίζουν τα 11.000 μέτρα. Βέβαια, η διαφορά των σημείων αυτών (υψηλότερου και βαθύτερου) είναι πολύ μικρή συγκρινόμενη με τις διαστάσεις της γης (σχεδόν σφαίρα ακτίνας 6371 km).



Σχήμα 1. Οι εξάρσεις της φυσικής γήινης επιφάνειας.

Η γη, λόγω της περιστροφής, έχει πάρει ένα σφαιροειδές πεπλατυσμένο στους πόλους σχήμα, το οποίο προσεγγίζεται από ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής (Σχήμα 2). Στην πραγματικότητα, όμως, το σχήμα της γης διαφέρει από το ελλειψοειδές εκ περιστροφής, λόγω α) του ανομοιογένους υλικού και β) της ανομοιόμορφης κατανομής των μαζών της.

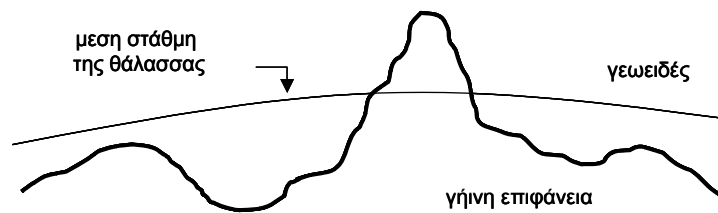


Σχήμα 2. Το σφαιροειδές σχήμα της γης.

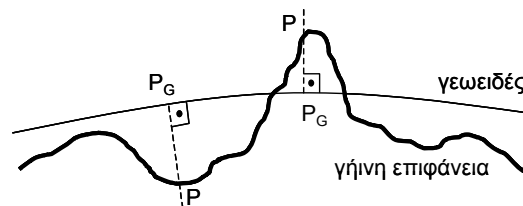
Το σχήμα της γης προσεγγίζεται καλύτερα από μια φανταστική επιφάνεια, την επιφάνεια του γεωειδούς. Το γεωειδές είναι η ισοδυναμική επιφάνεια του γήινου πεδίου βαρύτητας, που προσαρμόζεται καλύτερα στη μέση στάθμη των θαλασσών. Με άλλα λόγια, το γεωειδές είναι η επιφάνεια που σχηματίζεται, αν φανταστούμε την επιφάνεια της θάλασσας, ηρεμούσα στη μέση της στάθμη, να επεκτείνεται κάτω από τις ηπείρους (Σχήμα 3).

Συγκεκριμένα, το γεωειδές ορίζεται ως η ισοδυναμική επιφάνεια έλξης και περιστροφής της γης, που πλησιάζει τη μέση στάθμη της θάλασσας με ακρίβεια $\pm 1\text{m}$, διορθωμένη από τις επιδράσεις των μεταβολών της πυκνότητας του νερού, των κυμάτων, των παλιρροιών και των ρευμάτων.

Η επιφάνεια του γεωειδούς εξ' ορισμού είναι κάθετη στη διεύθυνση της βαρύτητας (δηλ., την κατακόρυφο). Επομένως υπάρχει μια αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ κάθε σημείου P της γήινης επιφάνειας με ένα σημείο P_G του γεωειδούς (Σχήμα 4).



Σχήμα 3. Το γεωειδές.

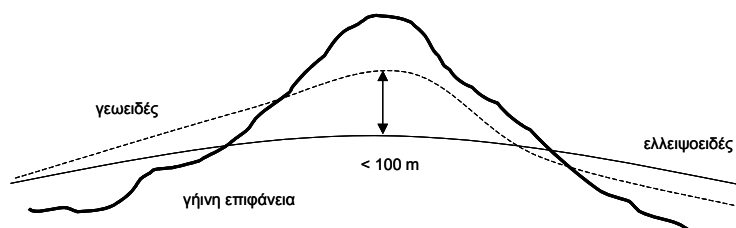


Σχήμα 4. Γήινη επιφάνεια και γεωειδές.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, το γεωειδές είναι μια ακανόνιστη κυματοειδής επιφάνεια, η οποία δεν μπορεί να αναπαρασταθεί μαθηματικά. Η επιφάνεια του γεωειδούς προσδιορίζεται, σημείο προς σημείο, με: α) γεωδαιτικές και αστρονομικές παρατηρήσεις, β) μετρήσεις της βαρύτητας της γης, και γ) ανάλυση της κίνησης των τεχνητών δορυφόρων.

Σε πρακτικές εφαρμογές το γεωειδές προσεγγίζεται από ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής με μια μέγιστη αποχή μικρότερη των 100m (Σχήμα 5). Ο προσδιορισμός των γεωμετρικών στοιχείων του ελλειψοειδούς, που προσεγγίζει καλύτερα το γεωειδές αποτελεί βασικό πρόβλημα της γεωδαισίας. Το Σχήμα 6 (βλ. Σχήμα 2) συγκεντρώνει τις παραμέτρους των πιο δημοφιλών ελλειψοειδών που έχουν εφαρμοστεί στο παρελθόν για την εν λόγω προσέγγιση. Η πλάτυνση f , π.χ., 1:300, σημαίνει ότι σε ομοίωμα του γήινου ελλειψοειδούς με ακτίνα ισημερινού $a = 30$ cm, ο πόλος απέχει από το επίπεδο του ισημερινού $b = 29,9$ cm.

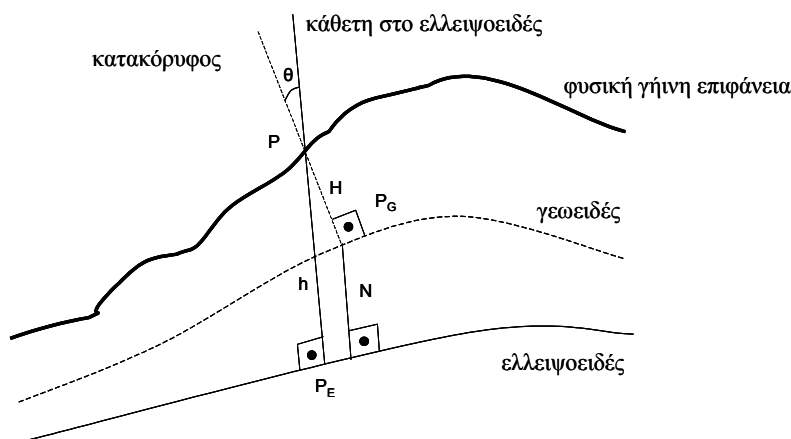
Το Σχήμα 7 απεικονίζει τη διάταξη των επιφανειών του γεωειδούς, του ελλειψοειδούς και της φυσικής γήινης επιφάνειας σε μια περιοχή. Να σημειωθεί ότι η διάταξη αυτή ανατρέπεται σε άλλες περιοχές της γης. Για κάθε σημείο της γης ορίζονται: α) το υψόμετρο του γεωειδούς, β) το υψόμετρο του σημείου, γ) το γεωμετρικό υψόμετρο, και δ) η απόκλιση της κατακόρυφου.



Σχήμα 5. Προσέγγιση του γεωειδούς.

Ελλειψοειδή Παράμετροι	Bessel 1840	Hayford 1909	Krassowsky 1942	G.R.S. 67 1967	G.R.S. 80 1980	W.G.S. 84 1984
α	6.377.397,15	6.378.388,00	6.378.245	6.378.16000	6.378.1370	6.378.1370
β	6.356.078,96	6.356.911,94	6.356.863	6.356.774,51	6.356.7523	6.356.752,3
$f = (\alpha - \beta) / \alpha$	1 : 299,2	1 : 297,0	1 : 298,3	1 : 298,2	1 : 298,257	1 : 298,257

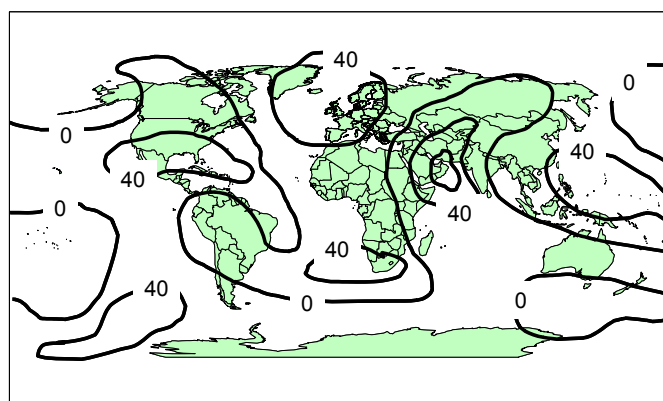
Σχήμα 6. Ορισμένα δημοφιλή γήινα ελλειψοειδή εκ περιστροφής.



Σχήμα 7. Η φυσική γήινη επιφάνεια, το γεωειδές και το ελλειψοειδές.

Υψόμετρο του γεωειδούς (N) σε ένα σημείο καλείται η αποχή του γεωειδούς ως προς κάποιο ελλειψοειδές αναφοράς στο σημείο αυτό. Υψόμετρο (H) σε ένα σημείο καλείται η απόστασή του σημείου από το γεωειδές (δηλ., τη μέση στάθμη της θάλασσας). Γεωμετρικό υψόμετρο (h) καλείται το άθροισμα: $h = H + N$. Απόκλιση της κατακόρυφου (θ) σε ένα σημείο καλείται η γωνία που σχηματίζει η κάθετη στο ελλειψοειδές και η κατακόρυφος (δηλ., η κάθετη στο γεωειδές) στο σημείο.

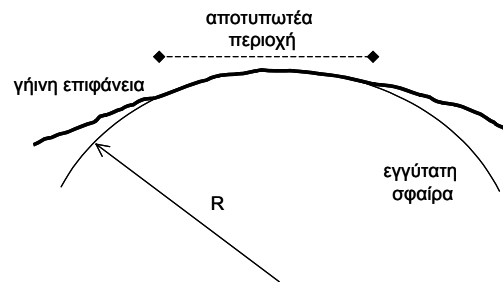
Το Σχήμα 8 παρουσιάζει ένα παράδειγμα ενός χάρτη γεωειδούς. Ο χάρτης αυτός αναπαριστά με ισαριθμικές καμπύλες τις αποχές του γεωειδούς (υψόμετρα γεωειδούς) από κάποιο ελλειψοειδές αναφοράς.



Σχήμα 8. Χάρτης του γεωειδούς.

Στην πράξη η επιφάνεια του γεωειδούς προσεγγίζεται από απλές μαθηματικές επιφάνειες για τη διευκόλυνση των μετρήσεων και των υπολογισμών. Η επιφάνεια που προσεγγίζει κάθε φορά το γεωειδές είναι συνάρτηση της έκτασης της περιοχής που εκπονούνται οι μετρήσεις. Συγκεκριμένα, για περιοχές ακτίνας μέχρι 10km η γη

θεωρείται επίπεδη (επιλέγεται ένα επίπεδο που εφάπτεται στο κέντρο της περιοχής μελέτης), χωρίς η υπόθεση αυτή να επιφέρει ουσιαστικά σφάλματα στις μετρήσεις. Για περιοχές ακτίνας μέχρι 100km η γη θεωρείται σφαιρική (Σχήμα 9). Η ακτίνα R της σφαίρας υπολογίζεται για τα διάφορα γεωγραφικά πλάτη, ενώ συνήθως, για τις πρακτικές εφαρμογές στην τοπογραφία, χρησιμοποιείται η μέση ακτίνα της γης $R = 6371\text{km}$. Για περιοχές ακτίνας μεγαλύτερες των 100km εφαρμόζεται το γήινο ελλειψοειδές. Η επιλογή του ελλειψοειδούς γίνεται ανάλογα με την περιοχή που εκπονούνται οι μετρήσεις. Κάθε κράτος επιλέγει τις διαστάσεις και τη θέση του ελλειψοειδούς αναφοράς, έτσι ώστε να προσεγγίζεται βέλτιστα το αντίστοιχο γεωειδές, δηλ., να ελαχιστοποιούνται οι διαφορές μεταξύ ελλειψοειδούς και γεωειδούς.



Σχήμα 9. Προσέγγιση της γης με μια σφαίρα.

Συστήματα Συντεταγμένων

Το σύστημα συντεταγμένων αποτελεί ένα σύνολο κανόνων για τον καθορισμό της θέσης σημείων στο χώρο, χρησιμοποιώντας μια διατεταγμένη σειρά αριθμών (συντεταγμένων). Το πλήθος των συντεταγμένων που απαιτούνται για την περιγραφή της θέσης κάθε σημείου ποικίλει από ένα μέχρι τρία για χαρτογραφικούς σκοπούς, και είναι αυτό που καθορίζει τη διάσταση του συστήματος συντεταγμένων.

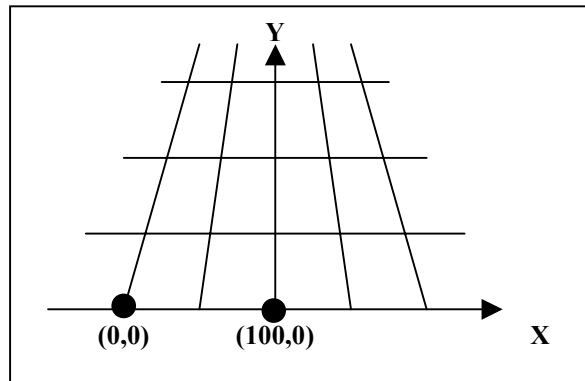
Κάθε συντεταγμένη συνοδεύεται από μια ετικέτα, όπως X , γεωγραφικό μήκος, ή ανατολικά. Κάθε διάσταση έχει μια γραμμή αναφοράς που καλείται άξονας της διάστασης. Οι άξονες μπορούν να τέμνονται κάθετα ή πλάγια μεταξύ τους.

Για τη μέτρηση των συντεταγμένων εφαρμόζεται μια μέθοδος μέτρησης. Η μέθοδος μέτρησης αναπαριστάται γραφικά από ένα σύστημα κανάβου (πλέγμα γραμμών), το οποίο έχει μια γεωμετρική περιγραφή. Οι άξονες αποτελούν γραμμές αυτού του κανάβου. Οι γραμμές του κανάβου στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων είναι ευθείες γραμμές, ενώ οι γραμμές της αυτής διάστασης είναι μεταξύ του παράλληλες και κάθετες σε αυτές των άλλων διαστάσεων.

Κάθε διάσταση έχει μια μονάδα μέτρησης, όπως χιλιόμετρα ή μοίρες. Στη γραφική αναπαράσταση του συστήματος συντεταγμένων, κάθε διάσταση σχετίζεται με μια κλίμακα όπως “ένα εκατοστό αντιστοιχεί σε ένα χιλιόμετρο”.

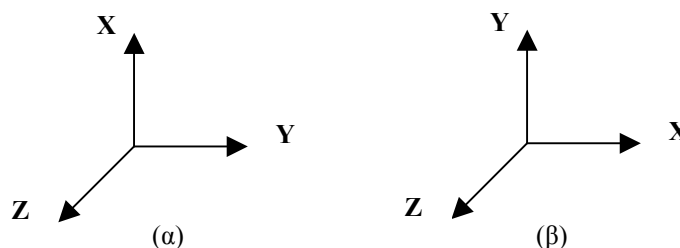
Σε ένα σύστημα συντεταγμένων υπάρχει μια αρχή (σημείο μηδέν ή ορίζοντας), από την οποία ξεκινά η μέτρηση των συντεταγμένων, και τοποθετείται στην τομή των αξόνων. Ένας άξονας συνήθως επιλέγεται έτσι ώστε οι γραμμές του κανάβου της αντίστοιχης διάστασης να είναι συμμετρικές γύρω από αυτόν. Κανονικά, οι τιμές των

συντεταγμένων για όλες τις διαστάσεις στην αρχή των συντεταγμένων είναι ίσες με το μηδέν. Όμως, μπορούν να ανατεθούν στην αρχή άλλες τιμές, συνήθως θετικές, για την αποφυγή αρνητικών συντεταγμένων σε ορισμένες θέσεις του συστήματος συντεταγμένων. Στην περίπτωση αυτή, η αρχή καλείται *τεχνητή αρχή* (false origin), καθώς το σημείο με τις μηδενικές συντεταγμένες για όλες τις διαστάσεις έχει μετατοπιστεί σε άλλη θέση από αυτήν τομής των αξόνων (Σχήμα 10).



Σχήμα 10. Μετάθεση της αρχής του συστήματος συντεταγμένων.

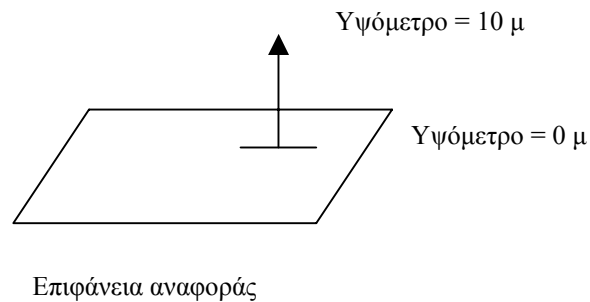
Τα τρισδιάστατα συστήματα συντεταγμένων χαρακτηρίζονται από μια *πολικότητα*, που περιγράφει τη διευθέτηση των αξόνων. Έστω οι τρεις άξονες X, Y και Z. Σε ένα δεξιόστροφο σύστημα, η μετάβαση από το X στο Y άξονα γίνεται άμεσα και χωρίς τη μεσολάβηση του Z με μια δεξιόστροφη περιστροφή (Σχήμα 11α). Το αριστερόστροφο σύστημα αποτελεί το αντίστροφο είδωλο του δεξιόστροφου συστήματος (Σχήμα 11β). Ένα δυδιάστατο σύστημα μπορεί επίσης να χαρακτηριστεί με την πολικότητα αν υπονοηθεί ο τρίτος άξονας.



Σχήμα 11. Το δεξιόστροφο (α) και το αριστερόστροφο (β) τρισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Ένα σύστημα συντεταγμένων σχετίζεται με μια *επιφάνεια αναφοράς*, η οποία είναι συνήθως ένα επίπεδο, μια σφαίρα, ή μια έλλειψη. Τα συστήματα που εφαρμόζουν το επίπεδο καλούνται *επίπεδα* συστήματα, ενώ αυτά που εφαρμόζουν τη σφαίρα ή το ελλειψοειδές *σφαιρικά* και *ελλειψοειδή* συστήματα αντίστοιχα. Επί της επιφάνειας αναφοράς ορίζεται ένα σύστημα συντεταγμένων για την περιγραφή όλων των θέσεων της επιφάνειας. Από την άλλη πλευρά, η επιφάνεια αναφοράς αποτελεί συνήθως τη βάση από την οποία μετρώνται οι συντεταγμένες της τρίτης διάστασης του χώρου (Σχήμα 12).

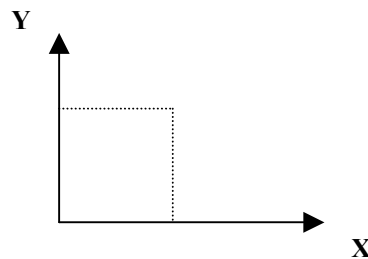
Στις γεωεπιστήμες εφαρμόζονται κυρίως τρία συστήματα συντεταγμένων: α) το επίπεδο ή καρτεσιανό ή ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων, β) το πολικό σύστημα συντεταγμένων και γ) το γεωγραφικό σύστημα συντεταγμένων.



Σχήμα 12. Η μέτρηση της τρίτης διάστασης του χώρου με βάση την απόσταση από την επιφάνεια αναφοράς.

Καρτεσιανό Σύστημα Συντεταγμένων

Ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων ορίζεται από άξονες που είναι ορθογώνιοι μεταξύ τους. Επομένως το σύστημα κανάβου αποτελείται από ένα πλέγμα γραμμών που ορίζει ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Είναι το πιο κοινό σύστημα συντεταγμένων στις γεωεπιστήμες. Το σύστημα αυτό έχει αναφορά την επίπεδη επιφάνεια. Στο δυδιάστατο χώρο ορίζονται δύο άξονες, που καλούνται X και Y, ενώ στον τρισδιάστατο χώρο τρεις άξονες, οι X, Y και Z. Ένα παράδειγμα καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων στο δυδιάστατο χώρο δίδεται στο Σχήμα 13.



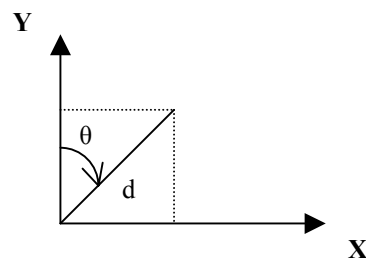
Σχήμα 13. Το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων στο χώρο των δύο διαστάσεων.

Πολικό Σύστημα Συντεταγμένων

Στο πολικό σύστημα συντεταγμένων η μια διάσταση είναι η απόσταση, ενώ η άλλη το αζιμούθιο (η γωνία προσανατολισμού). Αυτές συμβολίζονται με d και θ αντίστοιχα. Η επιφάνεια αναφοράς είναι το επίπεδο. Το πολικό σύστημα συντεταγμένων χρησιμοποιείται συχνά στην τοπογραφία. Ένα παράδειγμα του συστήματος αυτού δίνεται στο Σχήμα 14. Για τη μετατροπή των πολικών συντεταγμένων σε καρτεσιανές και αντίστροφα εφαρμόζουμε κανόνες τριγωνομετρίας. Συγκεκριμένα, αν (d, θ) οι πολικές και (X, Y) οι καρτεσιανές συντεταγμένες του αυτού σημείου η σχέσεις που τις συνδέουν είναι :

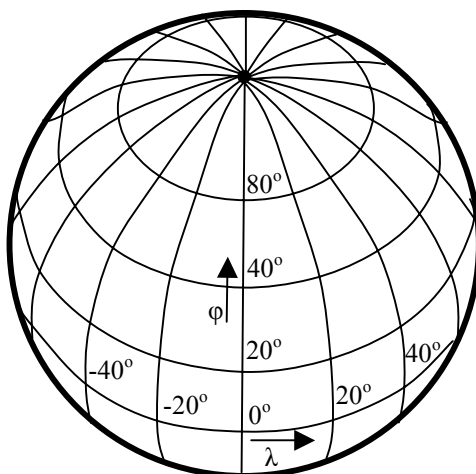
$$X = d \eta \mu \theta \quad d = (X^2 + Y^2)^{1/2}$$

$$Y = d \sigma \upsilon \nu \theta \quad \epsilon \phi \theta = X/Y$$



Σχήμα 14. Το πολικό σύστημα συντεταγμένων στο χώρο των δύο διαστάσεων.

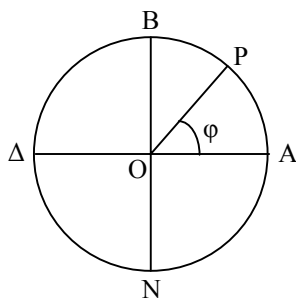
Το γεωγραφικό σύστημα συντεταγμένων αφορά στις σφαιρικές ή στις ελλειψοειδείς (σφαιροειδείς) επιφάνειες αναφοράς. Το σύστημα αυτό χρησιμοποιείται σαν αναφορά των σημείων της γήινης επιφάνειας, που προσεγγίζεται από μια σφαίρα ή ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής (σφαιροειδές). Η θέση επί της γήινης επιφάνειας καθορίζεται μέσω δύο γωνιών, του γεωγραφικού πλάτους (φ) και του γεωγραφικού μήκους (λ), οι οποίες μαζί συνθέτουν το σύστημα γεωγραφικών συντεταγμένων (φ, λ). Ένα παράδειγμα γεωγραφικού συστήματος δίδεται στο Σχήμα 15. Υπάρχουν σημαντικές διαφορές στον ορισμό του πλάτους, όπως αυτό μετράται στη σφαίρα και το σφαιροειδές. Από την άλλη πλευρά ο ορισμός του μήκους είναι ο ίδιος και για τις δύο επιφάνειες αναφοράς.



Σχήμα 15. Το γεωγραφικό σύστημα αναφοράς.

Το Πλάτος στη Σφαίρα

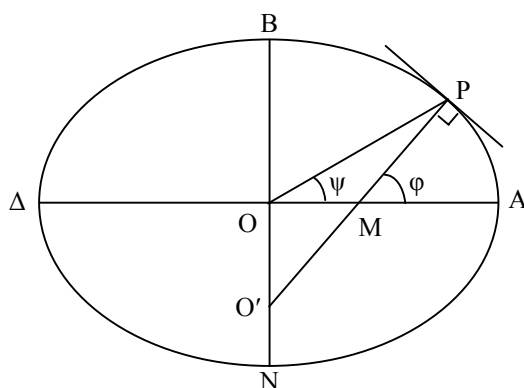
Το πλάτος φ είναι μια γωνία που μετριέται στο κέντρο O της σφαίρας και ορίζεται από το επίπεδο του ισημερινού και την ακτίνα ενός σημείου P της σφαίρας (π.χ., η γωνία POA στο Σχήμα 16). Ο ισημερινός αποτελεί την αναφορά των μετρήσεων του πλάτους στη γήινη σφαίρα και επομένως η τιμή του πλάτους του είναι 0° . Βόρεια και νότια από αυτόν το πλάτος αυξάνει μέχρι την τιμή των 90° Β (βόρεια) στο βόρειο πόλο της γης, και 90° N (νότια) στο νότιο πόλο της γης. Στους υπολογισμούς που εμπλέκουν γεωγραφικές συντεταγμένες τα πλάτη του βορείου ημισφαιρίου έχουν θετικό πρόσημο, ενώ του νοτίου αρνητικό.



Σχήμα 16. Το πλάτος στη σφαίρα.

Το Πλάτος στο Ελλειψοειδές εκ Περιστροφής

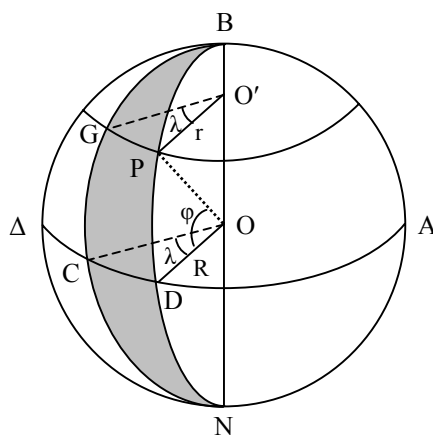
Στο ελλειψοειδές εκ περιστροφής (σφαιροειδές) μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο γωνίες για τη μέτρηση του πλάτους (Σχήμα 17): (α) το γεωκεντρικό πλάτος ψ είναι η γωνία POA και μετριέται στο κέντρο του ελλειψοειδούς μεταξύ του επιπέδου του ισημερινού και του ευθύγραμμου τμήματος OP, και (β) το γεωδαιτικό πλάτος ϕ είναι η γωνία PMA, όπου M η τομή της κάθετης στην εφαπτομένη στο P με το επίπεδο του ισημερινού. Στη γεωδαισία και τη χαρτογραφία υιοθετείται το γεωδαιτικό πλάτος. Περισσότερα για τη γεωμετρία του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής θα αναφερθούν σε άλλη Ενότητα.



Σχήμα 17. Το πλάτος στο ελλειψοειδές εκ περιστροφής.

Το Μήκος

Το Σχήμα 18 απεικονίζει δύο επίπεδα, τα οποία διέρχονται από το κέντρο της γης και είναι κάθετα στον ισημερινό. Συνεπώς, τα δύο επίπεδα τέμνονται κατά μήκος του άξονα BON (τον άξονα περιστροφής της γης) και τέμνουν τη σφαίρα (αντίστοιχα το ελλειψοειδές) σε δύο μεγάλους κύκλους (ελλείψεις). Το ένα επίπεδο (BPN) διέρχεται από το σημείο P της επιφάνειας, ενώ το άλλο (BGN) διέρχεται από το σημείο αναφοράς G, από το οποίο μετράται το μήκος. Το μήκος λ ορίζεται σαν η γωνία, που μετράται επί του επιπέδου του ισημερινού και ορίζεται από τα παραπάνω επίπεδα. Αυτή είναι η γωνία COD και μετριέται με φορά προς ανατολικά ή δυτικά από το επίπεδο αναφοράς, ενώ καταγράφεται σαν ανατολικό (A) ή δυτικό (Δ) μήκος αντίστοιχα. Στους υπολογισμούς οι ανατολικές γωνίες από το C έχουν θετικό πρόσημο, ενώ οι δυτικές αρνητικό.



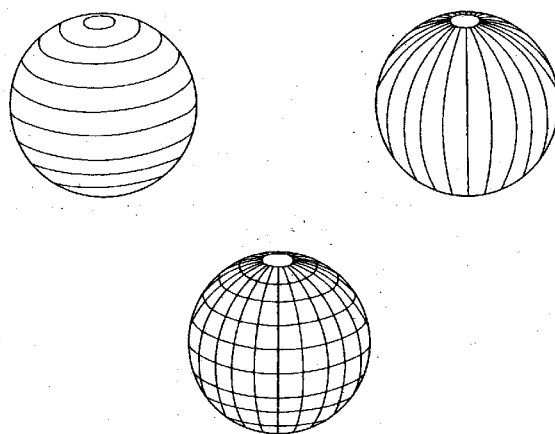
Σχήμα 18. Το γεωγραφικό μήκος.

Παράλληλοι και Μεσημβρινοί

Το σύνολο των σημείων που έχουν το ίδιο πλάτος ορίζουν έναν κύκλο επί της σφαίρας ή το ελλειψοειδές εκ περιστροφής (Σχήμα 19). Το επίπεδο που περιέχει τον κύκλο αυτόν είναι παράλληλο με τον ισημερινό και για το λόγο αυτό καλείται παράλληλο επίπεδο πλάτους ή *παράλληλος*. Ο παράλληλος είναι ένας μικρός κύκλος με ακτίνα για τη σφαίρα: $r=R\cos\phi$, όπου R η ακτίνα του ισημερινού επιπέδου.

Το σύνολο των σημείων που έχουν το ίδιο μήκος κείνται στο ίδιο επίπεδο BPN (Σχήμα 18) και διαγράφουν ένα ημικύκλιο τόξο στη σφαίρα ή μια ημιέλλειψη στο σφαιροειδές. Το τόξο αυτό καλείται *μεσημβρινός*. Οι μεσημβρινοί διέρχονται από τους πόλους. Οι μεσημβρινοί και οι παράλληλοι τέμνονται μεταξύ τους με ορθές γωνίες (Σχήμα 19).

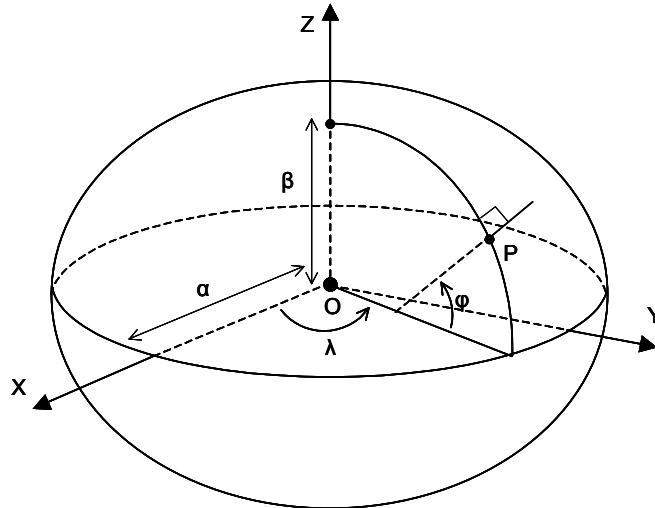
Το σημείο αναφοράς μέτρησης του μήκους επιλέγεται κατόπιν σύμβασης σε εθνικό ή διεθνές επίπεδο. Το 1884 υιοθετήθηκε διεθνώς σαν αναφορά η θέση του βασιλικού παρατηρητηρίου του Greenwich, κοντά στο Λονδίνο. Ο μεσημβρινός που διέρχεται από τη θέση αυτή καλείται πρώτος μεσημβρινός ή μεσημβρινός του Greenwich κι έχει γεωγραφικό μήκος 0° .



Σχήμα 19. Πλέγμα μεσημβρινών και παραλλήλων.

Γεωμετρία του Ελλειψοειδούς εκ Περιστροφής

Στην Ενότητα αυτή δίνονται ορισμένα στοιχεία για τη γεωμετρία του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής. Το ελλειψοειδές εκ περιστροφής είναι ένα στερεό που προκύπτει από την περιστροφή μιας έλλειψης (α, β) γύρω από το μικρό της άξονα β (Σχήμα 20).



Σχήμα 20. Η γεωμετρία του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής.

Οι βασικές παράμετροι του στερεού είναι οι ακόλουθες:

- ✓ Οι άξονες του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής: α (μεγάλος άξονας) και β (μικρός άξονας)
- ✓ Η επιπλάτυνση (f):

$$f = \frac{\alpha - \beta}{\alpha}$$

- ✓ Η πρώτη εκκεντρότητα (e):

$$e = \sqrt{\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2}}$$

- ✓ Η δεύτερη εκκεντρότητα (e'):

$$e' = \sqrt{\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\beta^2}}$$

Η εξίσωση του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{X^2}{\alpha^2} + \frac{Y^2}{\alpha^2} + \frac{Z^2}{\beta^2} = 1$$

Να σημειωθεί ότι η επιπλάτυνση και οι εκκεντρότητες είναι ενδεικτικές για τη μορφή του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής. Αν οι άξονες του στερεού α , β είναι ίσοι ($\alpha=\beta$), τότε το ελλειψοειδές γίνεται σφαίρα, καθώς η έλλειψη ταυτίζεται με μια σφαίρα ακτίνας $r=\alpha=\beta$. Η διαφορά μεταξύ α και β κυμαίνεται στα 22 km για τη γη.

Σε αντίθεση με τη σφαίρα για την οποία κάθε σημείο της έχει την αυτή καμπυλότητα, το ελλειψοειδές εκ περιστροφής παρουσιάζει τρεις καμπυλότητες σε κάθε θέση. Οι καμπυλότητες αυτές για ένα σημείο P αφορούν: (Σχήμα 21): (α) στην καμπυλότητα της μεσημβρινής τομής K_p , (β) στην καμπυλότητα του παράλληλου κύκλου που διέρχεται από το P K_r , και (γ) στην καμπυλότητα της κύριας κάθετης τομής K_N στη μεσημβρινή τομή. Οι καμπυλότητες αυτές δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

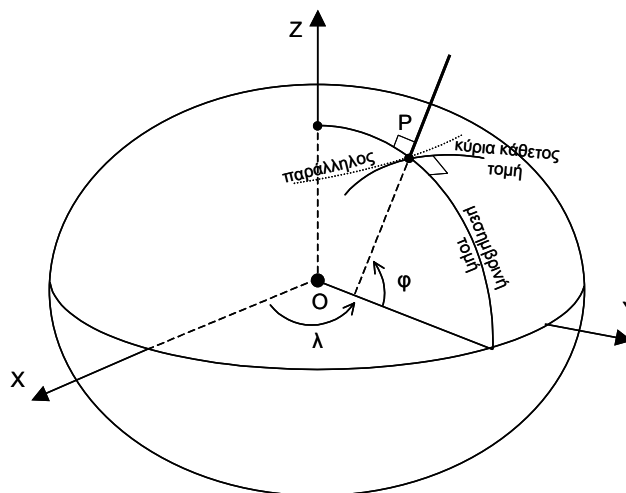
$$K_p = -\frac{\alpha(1-e^2)}{\sqrt[3]{1-e^2\sin^2\varphi}}$$

$$K_r = \sqrt{\frac{\alpha^2\cos^2\varphi}{1-e^2\sin^2\varphi}}$$

$$K_N = \frac{\alpha}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}$$

Προφανώς για τη σφαίρα ισχύει:

$$K_p = K_r = K_N = \alpha = r$$



Σχήμα 21. Οι καμπυλότητες του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής.

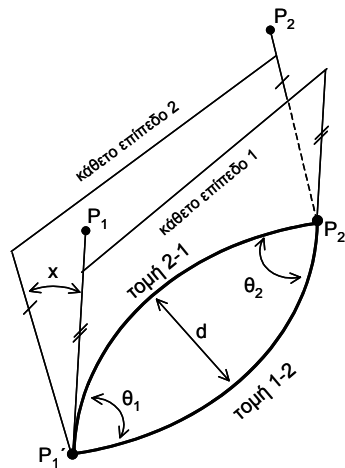
Δύο σημεία επί του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής συνδέονται με απειρία ελλειψοειδών γραμμών. Δύο από αυτές έχουν ενδιαφέρον στις γεωεπιστήμες: (α) η *κάθετη τομή* στο ελλειψοειδές, και β) η *γεωδαισιακή γραμμή*.

Όσον αφορά στην κάθετη τομή, έστω δύο σημεία P_1, P_2 στη γήινη επιφάνεια και P_1', P_2' τα ίχνη τους στο ελλειψοειδές εκ περιστροφής. Αν $\varphi_1 \neq \varphi_2$ και $\lambda_1 \neq \lambda_2$, οι κάθετες P_1P_1' και P_2P_2' είναι ασύμβατες (δηλ., όχι παράλληλες μεταξύ τους) (Σχήμα 22). Οπότε, η P_1P_1' με το P_2' ορίζουν ένα επίπεδο (1^η κάθετος τομή), που τέμνει το ελλειψοειδές σε ένα επίπεδο τμήμα έλλειψης, και όμοια η P_2P_2' με το P_1' ορίζουν ένα δεύτερο επίπεδο (2^η κάθετος τομή), που τέμνει το ελλειψοειδές σε ένα δεύτερο επίπεδο τμήμα έλλειψης. Αποδεικνύεται με ικανοποιητική ακρίβεια ότι το μήκος των δύο καθέτων τομών είναι το ίδιο, ενώ οι γωνίες θ_1 και θ_2 που σχηματίζουν οι δύο τομές στα άκρα είναι ίσες μεταξύ τους: $\theta_1 = \theta_2$. Ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις για τα μεγέθη που εικονίζονται στο Σχήμα 24:

$$x \cong \frac{1}{2} e^2 \frac{S_{12}}{K_{N_1}} \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \cdot \sin 2A_{12}$$

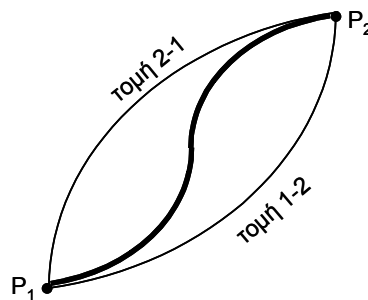
$$\theta_1 \approx \theta_2 \cong \frac{1}{4} e^2 \left(\frac{S_{12}}{K_{N_1}} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \cdot \sin 2A_{12}$$

$$d \cong \frac{K_{N_1}}{16} e^2 \left(\frac{S_{12}}{K_{N_1}} \right)^3 \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \cdot \sin 2A_{12}$$



Σχήμα 22. Οι κάθετες τομές στο ελλειψοειδές εκ περιστροφής.

Γεωδαισιακή γραμμή είναι η γραμμή που συνδέει αμφιμονοσήμαντα δύο σημεία P_1, P_2 της επιφάνειας του ελλειψοειδούς και είναι ταυτόχρονα η γραμμή με το μικρότερο μήκος (Σχήμα 23). Για μικρές αποστάσεις (<100 Km) η γεωδαισιακή γραμμή πρακτικά ταυτίζεται με τις δύο κάθετες τομές.



Σχήμα 23. Οι δύο κάθετες τομές και η γεωδαισιακή γραμμή που συνδέει δύο σημεία του ελλειψοειδούς.

Αν (φ_1, λ_1) και (φ_2, λ_2) οι γεωγραφικές συντεταγμένες των σημείων P_1 και P_2 αντίστοιχα, τότε η εξίσωση της γεωδαισιακής γραμμής που συνδέει τα δύο σημεία δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\lambda = c \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{K_p \delta\varphi}{\pm K_r \sqrt{K_r^2 - c^2}}$$

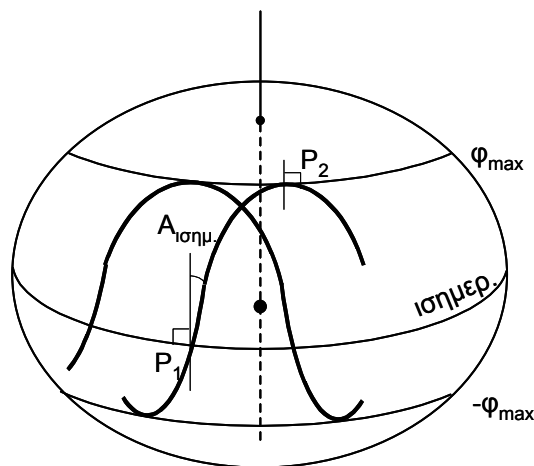
όπου c μια σταθερά που προσδιορίζεται από τη σχέση του Clairaut:

$$K_N \cos\varphi \cdot \sin A = K_r \sin A = \text{σταθερό} = c$$

$$\text{όπου } 0 < c \leq \alpha$$

με A το αζιμούθιο της γεωδαισιακής γραμμής στο σημείο P_1 .

Αποδεικνύεται ότι οι γεωδαισιακές γραμμές είναι ανοικτές γραμμές που περιελίσσονται αέναα με βάση το γεωδαιτικό αζιμούθιο $A_{\text{ισημ.}}$, που σχηματίζουν με τον ισημερινό (Σχήμα 24). Οι γραμμές κείνται εντός μιας ζώνης $(-\varphi_{\max}, \varphi_{\max})$, ανάλογα με την τιμή του αζιμουθίου $A_{\text{ισημ.}}$.



Σχήμα 24. Οι γεωδαισιακές γραμμές περιελίσσονται αέναα.

Το μήκος της γεωδαισιακής γραμμής (S) μεταξύ P_1 και P_2 δίνεται από τη σχέση:

$$S = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{K_r K_p \delta\varphi}{\pm \sqrt{K_r^2 - c^2}}$$

Κλείνοντας να σημειωθεί ότι η γεωδαισιακή γραμμή που διέρχεται από δύο σημεία P_1 και P_2 μπορεί να χαραχθεί αν από τη μέση της χορδής που συνδέει τα σημεία αυτά αχθεί κάθετη στο ελλειψοειδές. Το σημείο τομής της καθέτου με το ελλειψοειδές αποτελεί σημείο της γεωδαισιακής γραμμής. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία γίνεται εφικτή η πύκνωση της γραμμής.

Μετασχηματισμός Γεωδαιτικών σε Καρτεσιανές Συντεταγμένες

Στη γεωδαισία και τις χαρτογραφικές εφαρμογές χρησιμοποιούνται κυρίως οι ελλειψοειδείς συντεταγμένες. Από την άλλη πλευρά υπάρχουν εφαρμογές, ειδικότερα αυτές που σχετίζονται με το διάστημα και τη δορυφορική πλοήγηση που υιοθετούν τις καρτεσιανές συντεταγμένες σε ένα (συνήθως γεωκεντρικό) τριδιάστατο σύστημα αναφοράς.

Για τη μετατροπή των γεωδαιτικών (γεωγραφικών) συντεταγμένων (φ , λ , h) στις καρτεσιανές (X, Y, Z) εφαρμόζονται οι ακόλουθες σχέσεις:

$$X = (K_N + h) \cos \varphi \cdot \cos \lambda$$

$$Y = (K_N + h) \cos \varphi \cdot \sin \lambda$$

$$Z = [K_N (1 - e^2) + h] \sin \varphi$$

Για τον αντίστροφο μετασχηματισμό εφαρμόζονται οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\tan \lambda = \frac{Y}{X}$$

$$\tan \varphi = \frac{Z + e^2 K_N \sin \varphi}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$$

$$h = \begin{cases} X \sec \lambda \cdot \sec \varphi - K_N \\ Y \operatorname{cosec} \lambda \cdot \sec \varphi - K_N \end{cases}$$

Για το h υπάρχουν δύο ισοδύναμοι τρόποι υπολογισμού του. Όσον αφορά στο φ , ο υπολογισμός του επιτυγχάνεται με διαδοχικές προσεγγίσεις με εκκίνηση από μια αρχική τιμή (στο δεύτερο σκέλος της εξίσωσης) και μέχρι να επιτευχθεί η επιδιωκόμενη ακρίβεια.

Σύστημα Αναφοράς των Υψομέτρων

«Ο Όλυμπος έχει μια κορυφή με υψόμετρο 2950 μέτρα». Είναι γνωστό ότι το υψόμετρο της κορυφής αφορά στην κατακόρυφη απόστασή της από την επιφάνεια της θάλασσας. Όμως είναι επίσης γνωστό ότι η επιφάνεια της θάλασσας δεν είναι σταθερή, αλλά μεταβάλλεται περιοδικά και ακολουθεί ένα φαινόμενο που καλείται *παλίρροια*. Η παλίρροια είναι αποτέλεσμα μιας συνδυασμένης δράσης των έλξεων που ασκούν στις υδάτινες μάζες τα ουράνια σώματα, και των κλιματολογικών συνθηκών (ατμοσφαιρική πίεση, άνεμοι, κά.). Επομένως το ζητούμενο είναι ο καθορισμός της επιφάνειας με μηδενικό υψόμετρο (αφετηρία υψομέτρων).

Η επιφάνεια αναφοράς των υψομέτρων ορίζεται το γεωειδές, το οποίο πρακτικά ταυτίζεται με τη μέση στάθμη της θάλασσας (ΜΣΘ) σε ένα τόπο. Επομένως, το *υψόμετρο* ενός σημείου ορίζεται ως η κατακόρυφη απόσταση του σημείου από τη ΜΣΘ.

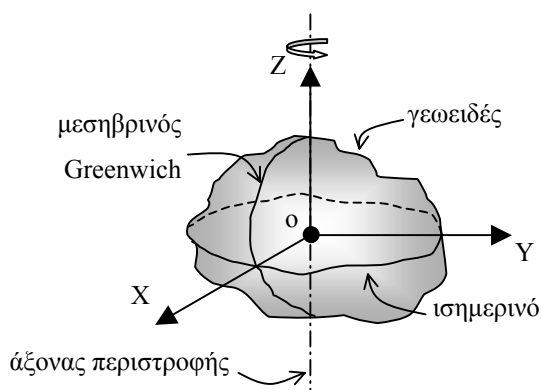
Η *μέση στάθμη της θάλασσας* (ΜΣΘ) προκύπτει από μακροχρόνιες παρατηρήσεις της στάθμης της θάλασσας σε ένα τόπο με χρήση ειδικών οργάνων που καλούνται *παλιρροιογράφοι*. Με αυτόν το τρόπο είναι δυνατός ο προσδιορισμός της αφετηρίας των υψομέτρων σε ένα τόπο. Για τον προσδιορισμό των υψομέτρων της γήινης επιφάνειας εφαρμόζονται ειδικές μέθοδοι που καλούνται *χωροσταθμίσεις* και περιγράφονται σε επόμενη Ενότητα.

Να σημειωθεί ότι σε ειδικές εφαρμογές δύναται να οριστούν άλλες επιφάνειες για την αναφορά των υψομέτρων. Για παράδειγμα, στους ναυτιλιακούς χάρτες, τα βάθη του πυθμένα της θάλασσας έχουν ως αφετηρία των (αρνητικών) υψομέτρων τη *χαμηλότερη αστρονομική παλίρροια* (lowest astronomical tide, LAT), η οποία συνιστά μια επιφάνεια κάτω από την οποία κείται σπανίως η στάθμη της θάλασσας. Η LAT αποτελεί τη χαμηλότερη πρόβλεψη για τη στάθμη της θάλασσας, για κάθε αστρονομικό σχηματισμό και μέσες κλιματολογικές συνθήκες. Επίσης, σε τεχνικά έργα πολύ συχνά ορίζεται αυθαίρετα μια αφετηρία υψομέτρων και όλα τα σημεία της περιοχής μελέτης ανατίθενται τιμές που αφορούν στις σχετικές κατακόρυφες αποστάσεις τους από την υποθετική μηδενική επιφάνεια που διέρχεται από την αφετηρία και είναι παράλληλη στο γεωειδές (ΜΣΘ).

Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς

Για την περιγραφή της θέσης και τον εντοπισμό κάθε σημείου επί (εντός ή πέριξ) της γήινης επιφάνειας είναι απαραίτητη η εγκαθίδρυση ενός συστήματος συντεταγμένων. Καθώς έχουμε να κάνουμε με ένα χώρο τριών διαστάσεων, το πιο απλό σύστημα συντεταγμένων είναι το τρισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (X,Y,Z) , του οποίου η αρχή τοποθετείται στο κέντρο μάζας της γης, ο άξονας Z ταυτίζεται με τον (συμβατικό) άξονα περιστροφής της γης και με φορά προς το βόρειο πόλο, ενώ ο άξονας των X κείται επί του επιπέδου του ισημερινού και διέρχεται από τον μηδενικό μεσημβρινό του Greenwich (με φορά προς το μεσημβρινό αυτό). Ο άξονας των Y κείται επίσης επί του ισημερινού και διέρχεται από το μεσημβρινό των 90° (Σχήμα 1).

Αν και το τρισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων που περιγράφηκε παραπάνω, και καλείται *γεωκεντρικό καρτεσιανό σύστημα αναφοράς συντεταγμένων*, μπορεί να υποστηρίξει την περιγραφή της θέσης κάθε σημείου της γης, δεν είναι και το πλέον πρακτικό σύστημα για τις ανάγκες των εφαρμογών της γεωδαισίας και της χαρτογραφίας.



Σχήμα 1. Το γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς συντεταγμένων.

Ένας από τους λόγους είναι ότι οι παραπάνω εφαρμογές περιορίζονται στη γήινη επιφάνεια και σε μια μικρή ζώνη γύρω από αυτή, ενώ το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων περιγράφει ολόκληρο το χώρο, τόσο εντός της γης όσο και το διαστημικό. Οπότε σαν σύστημα συντεταγμένων είναι πολύ ευρύτερο των αναγκών μας. Από την άλλη πλευρά, τα υψόμετρα, που ενδιαφέρουν άμεσα τις γεωδαιτικές και χαρτογραφικές εφαρμογές, μετρώνται επί της κατακόρυφου γραμμής που διέρχεται από το εκάστοτε σημείο και το κέντρο μάζας της γης, ενώ είναι πιο επιθυμητή η έκφραση των τιμών αυτών σε σχέση με τη μέση στάθμη της θάλασσας.

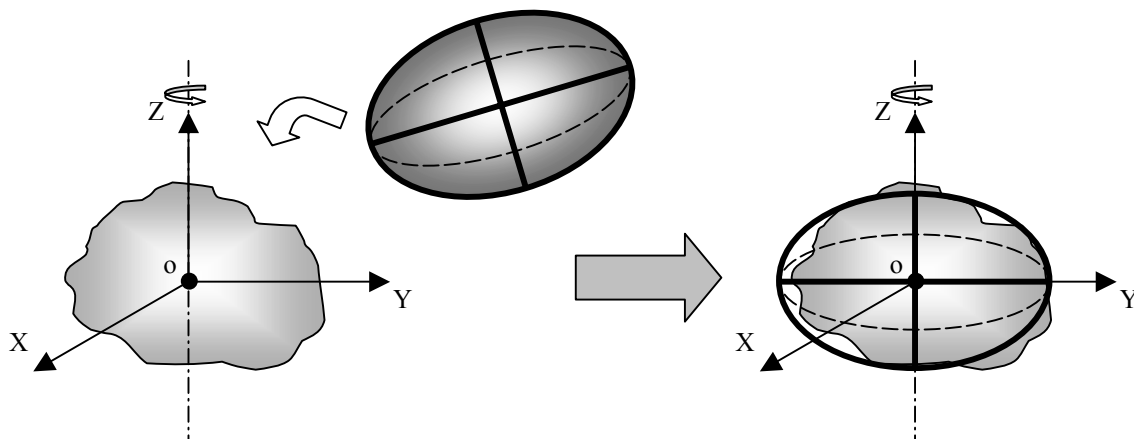
Για τις ανάγκες των γεωδαιτικών και χαρτογραφικών εφαρμογών έχουν σχεδιαστεί και εφαρμόζονται κατάλληλα συστήματα συντεταγμένων τα οποία καλούνται *γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς συντεταγμένων* ή *γεωδαιτικά datum*.

Για τις κατακόρυφες μετρήσεις (μετρήσεις υψομέτρων) ορίζεται το *κατακόρυφο datum*, το οποίο ορίζει ότι η αρχή αναφοράς υψομέτρων και βαθών είναι το γεωειδές (πρακτικά η μέση στάθμη της θάλασσας) και οι μετρήσεις γίνονται επί της διεύθυνσης της κατακόρυφου.

Για τις οριζόντιες (επιφανειακές) μετρήσεις, προσαρμόζουμε στη γη ένα μαθηματικό στερεό (σφαίρα ή ελλειψοειδές εκ περιστροφής) με τη βοήθεια ενός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων (εξήγηση δίνεται στη συνέχεια). Πάνω στο στερεό αυτό είναι εφικτή η έκφραση της θέσης κάθε σημείου με τη χρήση των οριζοντίων (επιφανειακών) συντεταγμένων. Το μαθηματικό στερεό προσαρμοσμένο επί της γης και με υλοποιημένο τον κανόνα αναφοράς των συντεταγμένων (αρχή, άξονες, κά.) αποτελεί το *οριζοντιογραφικό datum*.

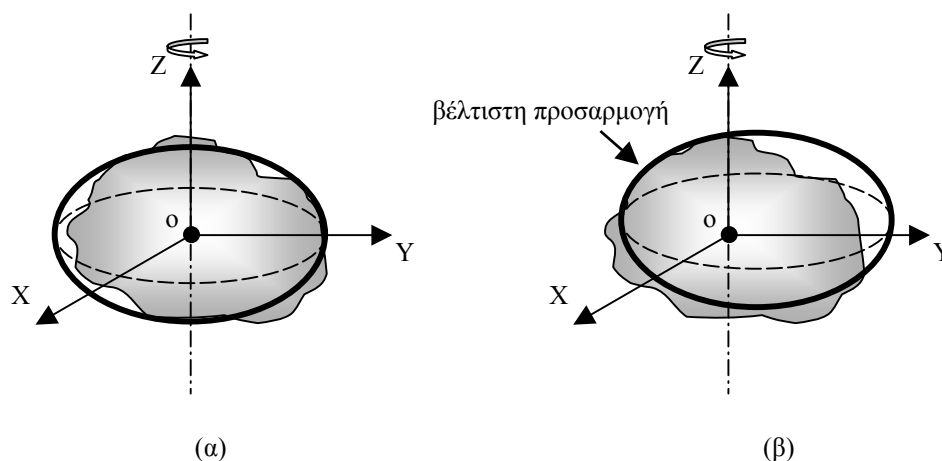
Όπως έχει ήδη αναφερθεί τα μαθηματικά στερεά που προσεγγίζουν της γήινη επιφάνεια είναι η σφαίρα και το ελλειψοειδές εκ περιστροφής. Το ελλειψοειδές εκ περιστροφής προσεγγίζει καλύτερα από τη σφαίρα τη γήινη επιφάνεια (γεωειδές), λόγω του σχήματός της. Από την άλλη πλευρά, η γήινη επιφάνεια (γεωειδές) απέχει αρκετά από ένα τέλειο ελλειψοειδές σχήμα, με αποτέλεσμα διαφορετικά ελλειψοειδή να προσαρμόζονται καλύτερα σε διαφορετικές περιοχές της γης (π.χ., το ελλειψοειδές του Bessel έχει υιοθετηθεί στο παρελθόν από την Γ.Υ.Σ., πρόσφατα έχει αντικατασταθεί από το GRS80, ενώ το ελλειψοειδές του Clarke έχει υιοθετηθεί από τη Γαλλία). Αυτό σε συνδυασμό με το γεγονός ότι διευρύνεται σταδιακά η γνώση μας σχετικά με το μέγεθος και το σχήμα του γεωειδούς, οδήγησαν στην υιοθέτηση μιας πληθώρας ελλειψοειδών στο παρελθόν.

Προφανώς, ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής συνιστά ένα στερεό, το οποίο από μόνο του δεν αποτελεί γεωδαιτικό datum, καθώς μπορεί να βρίσκεται οπουδήποτε, και με οποιαδήποτε προσανατολισμό. Για να εγκαθιδρυθεί το οριζοντιογραφικό datum, το ελλειψοειδές εκ περιστροφής πρέπει να αγκιστρωθεί στο γεωκεντρικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Ένα παράδειγμα αποτελεί η αγκίστρωση του ελλειψοειδούς του Hayford, έτσι ώστε το κέντρο του ελλειψοειδούς να ταυτίζεται με την αρχή του γεωκεντρικού καρτεσιανού συστήματος και ο μικρός του άξονας να ταυτίζεται με τον άξονα των Z (Σχήμα 2). Να σημειωθεί ότι το ελλειψοειδές, όπως ορίζεται σε ένα οριζοντιογραφικό datum, αποτελεί συχνά την επιφάνεια αναφοράς των υψομέτρων, επομένως ορίζει ταυτόχρονα και το κατακόρυφο datum.



Σχήμα 2. Αγκίστρωση ελλειψοειδούς στο γεωκεντρικό καρτεσιανό σύστημα.

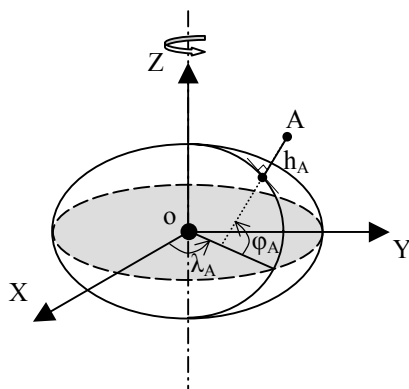
Τα γεωδαιτικά datum χαρακτηρίζονται ως (α) γήινα ή (β) τοπικά. Τα *γήινα datum* επιχειρούν την ελαχιστοποίηση των διαφορών μεταξύ γεωειδούς και ελλειψοειδούς σε ολόκληρη τη γήινη επιφάνεια (Σχήμα 3α). Τα τοπικά datum, από την άλλη πλευρά, ελαχιστοποιούν τις διαφορές αυτές σε μια περιοχή της γης (π.χ., ένα κράτος, μια ήπειρο) (Σχήμα 3β).



Σχήμα 3. Σφαιρικά και τοπικά datum.

Στα γήινα datum (π.χ., G.R.S.80), η αρχή του ελλειψοειδούς τοποθετείται στην αρχή του γεωκεντρικού συστήματος (κέντρο μάζας της γης) και ο μικρός του άξονας ταυτίζεται με τον άξονα των Z (άξονας περιστροφής της γης). Όσον αφορά στις γεωγραφικές συντεταγμένες (Σχήμα 3), η αρχή μέτρησης του γεωγραφικού μήκους (λ) ορίζεται από το επίπεδο XZ το οποίο ταυτίζεται με τον μεσημβρινό του Greenwich. Η αρχή μέτρησης του γεωγραφικού πλάτους (ϕ) είναι το επίπεδο XY , το οποίο ταυτίζεται με το επίπεδο του ισημερινού.

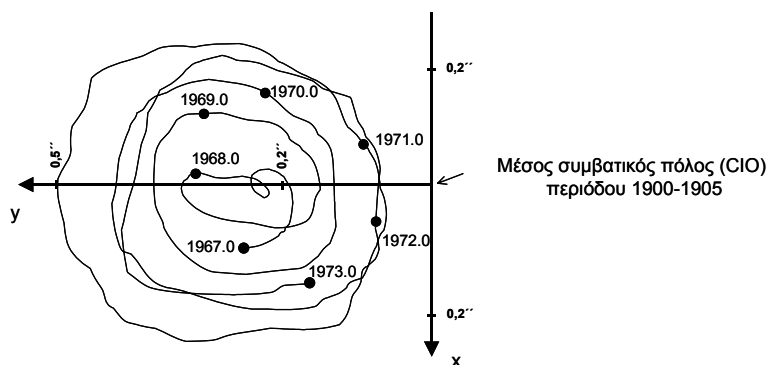
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η θέση κάθε σημείου της γήινης επιφάνειας ή της γύρω περιοχής ορίζεται από τρεις παραμέτρους (λ_A, ϕ_A, h_A), οι οποίες ορίζονται με τη χάραξη της μεσημβρινής καθέτου από το σημείο στο ελλειψοειδές (Σχήμα 4). Προφανώς οι τιμές των παραμέτρων αυτών είναι άμεσα εξαρτημένες από τη θέση, τον προσανατολισμό και τις διαστάσεις του ελλειψοειδούς. Αυτό σημαίνει ότι για τον εντοπισμό της θέσης ενός σημείου απαιτούνται οι τιμές των τριών παραμέτρων και τα στοιχεία (οι παράμετροι) για το γεωδαιτικό datum (θέση, προσανατολισμός και μέγεθος ελλειψοειδούς).



Σχήμα 4. Γεωγραφικές συντεταγμένες στα σφαιρικά datum.

Στα τοπικά datum το ελλειψοειδές μπορεί να είναι μετατοπισμένο ή στραμμένο σε σχέση με το γεωκεντρικό σύστημα, ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη προσαρμογή με την περιοχή ενδιαφέροντος. Γενικά, στα τοπικά datum συνηθίζεται η μετατόπιση του ελλειψοειδούς έτσι ώστε να διατηρείται η παραλληλία του μικρού άξονα με το συμβατικό άξονα περιστροφής της γης. Στην Ελλάδα χρησιμοποιείται σήμερα ως κύριο γεωδαιτικό datum το ΕΓΣΑ87, το οποίο αποτελεί ένα τοπικό datum.

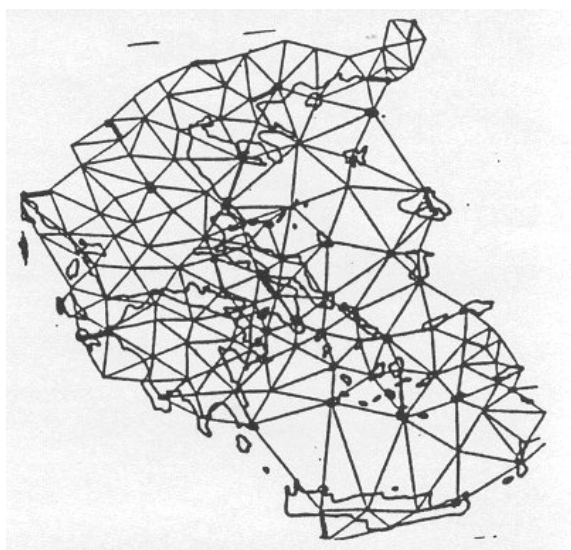
Το Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς 1987 (ΕΓΣΑ'87), αποτελεί το εθνικό σύστημα αναφοράς συντεταγμένων. Βασίζεται στο ελλειψοειδές G.R.S.80 με παραμέτρους $a=6378137$ και $f=1/298.25722$, το οποίο είναι προσανατολισμένο παράλληλα, αλλά μετατοπισμένο ως προς το διεθνές σύστημα BTS (ορίζει το συμβατικό άξονα περιστροφής της γης CIO - ο μέσος άξονας της περιόδου 1900-1905 (Σχήμα 5) - και τους μέσο πόλο και μέσο μηδενικό μεσημβρινό), ώστε να προσαρμόζεται καλύτερα στο γεωειδές της ηπειρωτικής Ελλάδας. Οι συμβατικές τιμές του κεντρικού βάθρου του Διονύσου $\varphi_0 = 38^\circ 04' 33.8000''$, $\lambda_0 = 23^\circ 55' 51.0000''$, $N_0 = 7.000$ m. Το ΕΓΣΑ'87 υλοποιείται με το δίκτυο που έχει προέλθει από τη συγχώνευση των δικτύων laser, doppler και 1ης τάξης της Γ.Υ.Σ.



Σχήμα 5. Η κίνηση του πόλου.

Γεωδαιτικά Δίκτυα

Δίκτυο στη γεωδαισία θεωρείται το σύνολο των σημείων (κορυφών) της φυσικής γήινης επιφάνειας, που συνδέονται είτε με απ' ευθείας μεταξύ τους παρατηρήσεις είτε με παρατηρήσεις σε σημεία εκτός της φυσικής γήινης επιφάνειας (π.χ., δορυφόροι, αστέρες, κλπ.). Με κατάλληλη επεξεργασία των παρατηρήσεων δίνονται οι συντεταγμένες ή άλλου είδους τιμές στις κορυφές του δικτύου. Οι κορυφές αυτές αποτελούν τα σημεία ελέγχου (αναφοράς) μελλοντικών εργασιών (Σχήμα 6).



Σχήμα 6. Γεωδαιτικά δίκτυα.

Το γεωδαιτικό δίκτυο μιας χώρας (γεωδαιτικό datum) αποτελεί το γεωδαιτικό υπόβαθρο ένταξης όλων των βασικών χαρτογραφικών και τοπογραφικών εργασιών, ή εξάρτησης των επιμέρους τοπογραφικών και τοπομετρικών εργασιών. Ανάλογα με τις διαστάσεις (μεγέθη) που προσδιορίζονται στις κορυφές, τα δίκτυα κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες: α) τα δίκτυα κατακορύφου ελέγχου, β) τα δίκτυα οριζοντίου ελέγχου και γ) τα τρισδιάστατα δίκτυα ελέγχου.

Στα δίκτυα κατακορύφου ελέγχου ή χωροσταθμικά δίκτυα προσδιορίζονται οι αποστάσεις (υψόμετρα) των κορυφών από μια επιφάνεια αναφοράς (γεωειδές, ελλειψοειδές, επίπεδο). Στα δίκτυα αυτά προσδιορίζεται μια μόνο συντεταγμένη, το υψόμετρο (h) κι επομένως υπολογίζονται σε μονοδιάστατο χώρο (1Δ).

Στα δίκτυα οριζοντίου ελέγχου προσδιορίζονται οι θέσεις των προβολών των κορυφών σε μια επιφάνεια αναφοράς (ελλειψοειδές, σφαίρα, επίπεδο). Στα δίκτυα αυτά προσδιορίζονται δύο συντεταγμένες ανά κορυφή (φ, λ) ή (x, y) κι επομένως υπολογίζονται στο δυσδιάστατο χώρο (2Δ).

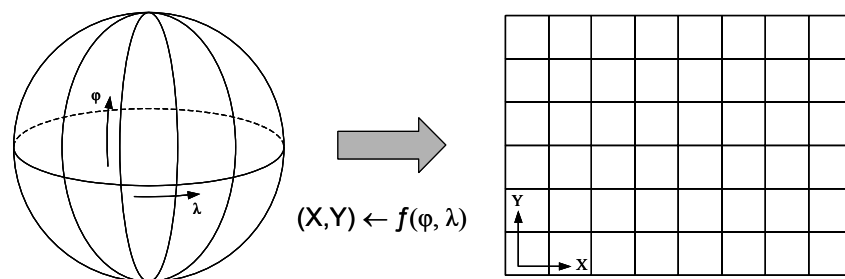
Στα τρισδιάστατα δίκτυα ελέγχου προσδιορίζονται και οι τρεις συντεταγμένες των κορυφών (φ, λ, h) ή (X, Y, Z) κι επομένως υπολογίζονται στον τρισδιάστατο χώρο (3Δ).

Ανάλογα με την ακρίβεια προσδιορισμού των συντεταγμένων τα δίκτυα κατατάσσονται σε τάξεις. Για τα δίκτυα κατακορύφου ελέγχου υπάρχουν δίκτυα 1ης, 2ης, 3ης τάξης και απλά χωροσταθμικά δίκτυα. Όσο πιο υψηλής τάξης είναι το δίκτυο τόσο πιο μεγάλης ακριβείας είναι αυτό και τόσο πιο μεγάλη είναι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών χωροσταθμικών αφετηριών (repères) (1-2km μέχρι 100-200km). Τα υψόμετρα είναι γνωστά με ακρίβεια καλύτερη του 1m, ενώ η ακρίβεια των υψομετρικών διαφορών μεταξύ δύο γειτονικών repères φτάνει το 1mm. Για τα δίκτυα οριζοντίου ελέγχου υπάρχουν δίκτυα Α, Β, Γ, Δ τάξης, ανάλογα με τις αποστάσεις των κορυφών και την ακρίβεια προσδιορισμού των οριζοντίων θέσεων. Στα δίκτυα μηδενικής τάξης (δορυφορικά δίκτυα) η απόσταση μεταξύ κορυφών κυμαίνεται στα 100-1000km. Στα δίκτυα Α τάξης (εθνικά δίκτυα) 30-100km. Στα δίκτυα Β τάξης 15-30km. Στα δίκτυα Γ τάξης 5-15km. Στα δίκτυα Δ τάξης 1-3km. Τέλος, στα τεχνικά δίκτυα 10-100m (τεχνικών έργων, π.χ., σήραγγες, φράγματα).

ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΡΟΒΟΛΕΣ

Εισαγωγή

Μια χαρτογραφική προβολή αναφέρεται στο μετασχηματισμό των χαρακτηριστικών της γήινης επιφάνειας σε μια επίπεδη επιφάνεια προβολής. Συγκεκριμένα, αναφέρεται στο μετασχηματισμό των γεωγραφικών συντεταγμένων (φ, λ) μιας υποθετικής επιφάνειας, που αντιστοιχεί στο μέσο επίπεδο της θάλασσας, σε μια επίπεδη επιφάνεια προβολής (Σχήμα 1). Αυτός ο μετασχηματισμός εκφράζεται μαθηματικά ως εξής: $(X, Y) \leftarrow f(\varphi, \lambda)$



Σχήμα 1.

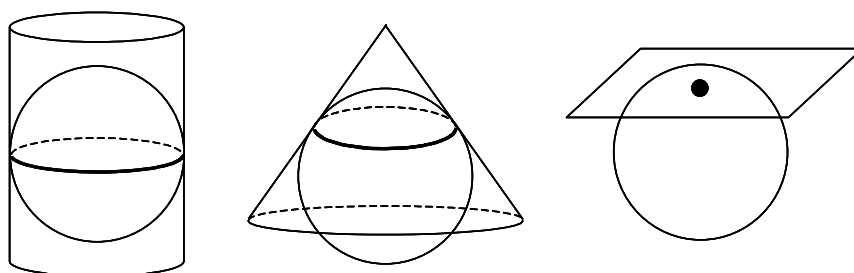
Επιφάνειες Προβολής

Οι χαρτογραφικές προβολές είναι μετασχηματισμοί που εμπλέκουν συνήθως σύνθετους μαθηματικούς υπολογισμούς. Αυτοί πηγάζουν στις διαφορές μεταξύ του σχεδόν σφαιρικού σχήματος της γης και της επίπεδης επιφάνειας προβολής που υιοθετείται. Οι διαφορές αυτές είναι υπεύθυνες για την εισαγωγή παραμορφώσεων, οι οποίες οφείλουν να είναι όσο το δυνατόν μικρότερες, ώστε ο χάρτης που παράγεται να είναι αξιοποιήσιμος.

Ας θεωρήσουμε ότι η γη είναι μια μικρή γυάλινη σφαίρα και όλα τα χαρακτηριστικά της είναι σχεδιασμένα στην επιφάνειά της με μαύρο μελάνι. Έστω μια πηγή φωτός τοποθετημένη στο κέντρο αυτής. Τυλίγοντας τη σφαίρα με ένα ελαστικό φύλλο, μπορούμε να σχεδιάσουμε πάνω σε αυτό όλα τα χαρακτηριστικά της, δηλαδή να προβάλουμε τα χαρακτηριστικά της γήινης επιφάνειας σε μια επιφάνεια προβολής που είναι κι αυτή σφαιρική. Η προβολή αυτή είναι ακριβής, καθώς αποτελεί ένα πιστό αντίγραφο των χαρακτηριστικών της σφαίρας. Όμως ο «χάρτης» που παράγεται, η ελαστική επιφάνεια, είναι δύσχρηστος, λόγω της σφαιρικής του σχήματος.

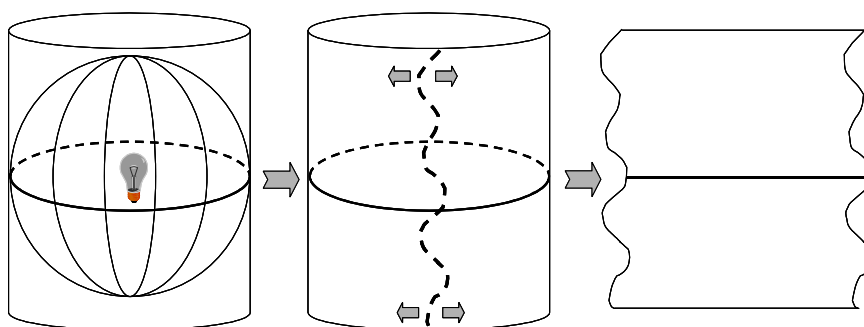
Για πρακτικούς λόγους, προτιμούνται οι επίπεδες επιφάνειες. Είναι δυνατόν να κόψουμε το ελαστικό φύλλο και να το ταυτίσουμε με το επίπεδο, τραβώντας το ή συμπιέζοντάς το, ώστε να παραχθεί ένας επίπεδος χάρτης. Όμως οι μεταβολές αυτές οδηγούν σε *παραμορφώσεις*. Η κλίμακα παύει να παραμένει σταθερή σε όλη την έκταση του χάρτη, οι γωνίες μεταβάλλονται, και το σχήμα των χαρτογραφικών οντοτήτων παραμορφώνεται. Οι αλλαγές αυτές πηγάζουν στην αδυναμία ανάπτυξης της σφαιρικής επιφάνειας στο επίπεδο χωρίς παραμορφώσεις ή όπως αναφέρεται στο γεγονός ότι η σφαίρα είναι μια *μη-αναπτυκτέ* επιφάνεια στο επίπεδο.

Υπάρχουν ορισμένες καμπύλες επιφάνειες που μπορούν να αναπτυχθούν στο επίπεδο χωρίς παραμορφώσεις. Δύο από αυτές, με ευρεία χρήση στη χαρτογραφία, είναι ο *κύλινδρος* και ο *κώνος*. Αν τυλίξουμε τη γυάλινη σφαίρα με ένα κυλινδρικό φύλλο (Σχήμα 2) είναι δυνατή η προσέγγιση του ελαστικού σφαιρικού φύλλου που αναφέρθηκε παραπάνω. Εναλλακτικά μπορεί να εφαρμοστεί ένα φύλλο σε κωνική μορφή (Σχήμα 2). Και στις δύο περιπτώσεις ο κύλινδρος ή ο κώνος εφάπτονται στη σφαίρα σε μια γραμμή επαφής. Ο κύλινδρος εφάπτεται σε ένα μεγάλο κύκλο (π.χ., τον ισημερινό), ενώ ο κώνος σε ένα μικρό κύκλο (π.χ., έναν παράλληλο εκτός του ισημερινού).



Σχήμα 2.

Αν σβήσουν τα φώτα του δωματίου, θα προβληθούν όλα τα χαρακτηριστικά της γυάλινης σφαίρας στην προβολική επιφάνεια που την περιτυλίγει (Σχήμα 3). Με ένα μολύβι μπορούν να χαραχθούν στην προβολική επιφάνεια τα περιγράμματα των χαρτογραφικών οντοτήτων. Στη συνέχεια, ξετυλίγοντας τον κύλινδρο ή τον κώνο, παράγεται ένας επίπεδος χάρτης. Καθώς, τόσο ο κύλινδρος όσο και ο κώνος είναι χοντρικές προσεγγίσεις της σφαίρας, τα χαρακτηριστικά που προβάλλονται σε αυτές τις επιφάνειες θα είναι παραμορφωμένα. Με άλλα λόγια, οι παραμορφώσεις δεν μπορούν να αποφευχθούν. Να σημειωθεί ότι αντί του κυλίνδρου ή του κώνου είναι δυνατή η χρήση του ίδιου του επιπέδου σαν επιφάνεια προβολής (Σχήμα 2). Το επίπεδο απλά εφάπτεται σε ένα σημείο της σφαίρας χωρίς να την περιτυλίσσει καθόλου. Προφανώς, κι αυτή η περίπτωση συνοδεύεται από μεγάλες παραμορφώσεις.

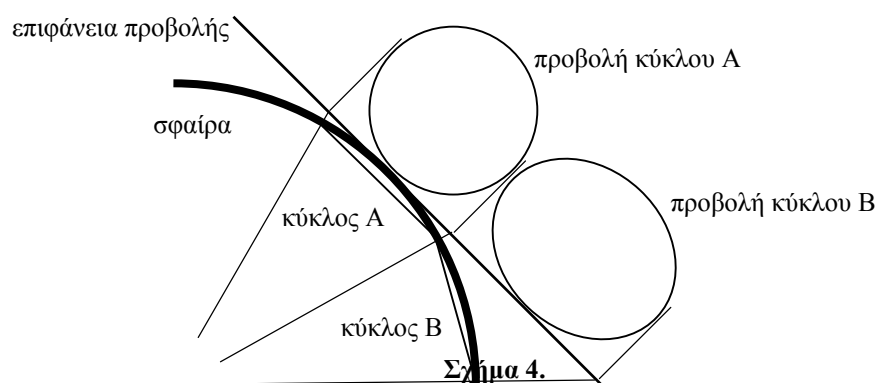


Σχήμα 3.

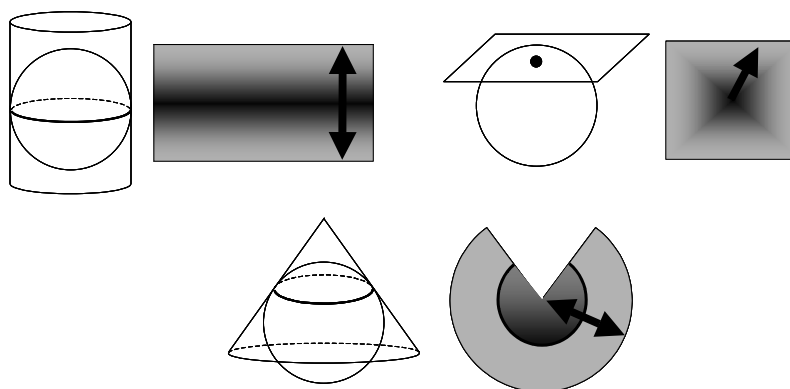
Στην πραγματικότητα οι προβολές δε υλοποιούνται με φωτεινές σφαίρες, αλλά με γραφικές ή μαθηματικές μεθόδους. Ανάλογα με την επιφάνεια προβολής που υιοθετείται, οι προβολές κατατάσσονται στις α) *επίπεδες* ή *αζιμουθιακές*, β) *κυλινδρικές* και γ) *κωνικές*. Υπάρχουν ποικίλες τεχνικές διαθέσιμες για τη μείωση των παραμορφώσεων, όπως θα φανεί στη συνέχεια.

Παραμορφώσεις

Για την αναγνώριση των παραμορφώσεων μιας χαρτογραφικής προβολής, είναι χρήσιμο να θεωρηθεί ότι η γήινη επιφάνεια καλύπτεται από πολλούς μικρούς κύκλους. Στην αξιμουθιακή προβολή ένα επίπεδο τοποθετείται εφαπτομενικά στη σφαίρα και συγκεκριμένα στο κέντρο ενός από αυτούς τους κύκλους. Είναι φανερό ότι από όλους τους κύκλους μόνο ένας (αυτός στον οποίο εφάπτεται το επίπεδο) θα προβληθεί σαν κύκλος. Οι υπόλοιποι θα προβληθούν σαν ελλείψεις ή δε θα προβληθούν καθόλου (Σχήμα 4). Προφανώς, το μέγεθος της παραμόρφωσης αυξάνει με την απομάκρυνση από το σημείο επαφής (Σχήμα 5).



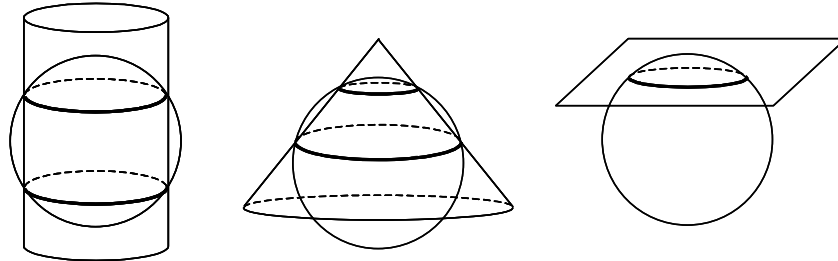
Στην κυλινδρική προβολή ο κύλινδρος εφάπτεται στη σφαίρα κατά μήκος ενός μεγάλου κύκλου κι επομένως έρχεται σε επαφή με τα κέντρα πολλών κύκλων. Η προβολή αυτή φαίνεται να είναι καλύτερη από την αξιμουθιακή, καθώς περισσότεροι του ενός κύκλοι θα προβληθούν σαν κύκλοι. Οι υπόλοιποι θα προβληθούν σαν ελλείψεις. Οι παραμορφώσεις αυξάνονται με την απομάκρυνση από το μεγάλο κύκλο επαφής (Σχήμα 5).



Σχήμα 5.

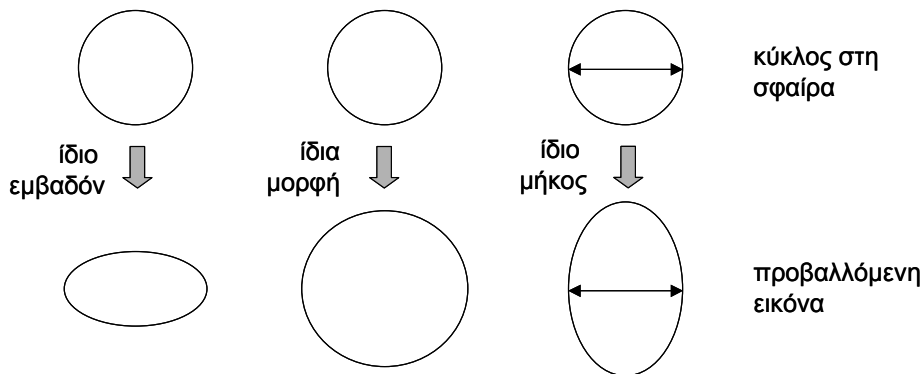
Παρόμοια πράγματα συμβαίνουν και στην κωνική προβολή. Όλοι οι κύκλοι κατά μήκος του της γραμμής επαφής προβάλλονται σαν κύκλοι, ενώ οι υπόλοιποι σαν ελλείψεις. Καθώς ο κώνος έρχεται σε επαφή με τη σφαίρα κατά μήκος ενός μικρού κύκλου, σε αντίθεση με τον κύλινδρο που έρχεται σε επαφή με έναν μεγάλο κύκλο, η κωνική προβολή φαίνεται να είναι χειρότερη από την κυλινδρική, αφού λιγότεροι κύκλοι θα προβληθούν σαν κύκλοι. Όμως η κωνική προβολή προσφέρει ευελιξία καθώς με την αλλαγή του μεγέθους του κώνου μεταβάλλεται και το μέγεθος του μικρού κύκλου επαφής με τη σφαίρα. Οι παραμορφώσεις αυξάνονται με την απομάκρυνση από το μικρό κύκλο επαφής (Σχήμα 5).

Οι τρεις προβολές (αξιμουθιακή, κυλινδρική και κωνική) μπορούν να εφαρμοστούν, εναλλακτικά, θέτοντας τις επιφάνειες προβολής (επίπεδο, κύλινδρο και κώνο αντίστοιχα) να τέμνουν τη γήινη σφαίρα αντί να έρχονται σε επαφή με αυτή (Σχήμα 6). Το πλεονέκτημα αυτής της τοποθέτησης είναι ότι αυξάνει η επαφή της επιφάνειας προβολής με την επιφάνεια της σφαίρας. Στην αξιμουθιακή προβολή το σημείο μετατρέπεται σε γραμμή (κύκλο), ενώ στις άλλες δύο προβολές η μια γραμμή επαφής αντικαθιστάται από δύο.



Σχήμα 6.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, δεν υπάρχει χάρτης χωρίς παραμορφώσεις. Το καλύτερο που μπορεί να επιτευχθεί είναι η ελαχιστοποίηση, αλλά όχι η εξάλειψη, των παραμορφώσεων εντός μιας περιορισμένης ζώνης της γήινης επιφάνειας που προβάλλεται σε έναν χάρτη. Εξετάζοντας τα χαρακτηριστικά των κύκλων και ελλείψεων της γήινης σφαίρας και των προβολών τους στην επιφάνεια προβολής, προκύπτουν τρεις κατηγορίες παραμορφώσεων. Η πρώτη αφορά στα εμβαδά των περιοχών. Αυτό σημαίνει ότι το εμβαδόν της προβολής του κύκλου που κείται επί της γήινης σφαίρας είναι διαφορετικό από αυτό του κύκλου. Η δεύτερη αφορά στις μορφές ή τις γωνίες, και συμβαίνει όταν οι κύκλοι προβάλλονται σαν ελλείψεις. Η τρίτη αφορά στα μήκη. Αυτό συμβαίνει όταν ένας κύκλος προβάλλεται σε μια εικόνα διαφορετικού εύρους ή μήκους. Στο Σχήμα 7 παρουσιάζονται παραδείγματα προβολών που διατηρούν τα εμβαδά, τις γωνίες (μορφές) ή τα μήκη.



Σχήμα 7.

Γενικά είναι αδύνατη η προβολή της σφαιρικής (ελλειψοειδούς) επιφάνειας στο επίπεδο και η ταυτόχρονη διατήρηση των εμβαδών, μορφών και μηκών. Ορισμένες προβολές μπορούν να διατηρήσουν αναλλοίωτα τα εμβαδά και καλούνται *ισοδύναμες*. Άλλες προβολές διατηρούν τα μήκη αναλλοίωτα σε ορισμένες μόνο διευθύνσεις και καλούνται *ισαπέχουσες*. Να σημειωθεί ότι είναι αδύνατη η δημιουργία μιας προβολής με ομοιόμορφη κλίμακα σε όλη την έκταση του χάρτη. Τέλος, ορισμένες προβολές διατηρούν τις μορφές αναλλοίωτες σε εξαιρετικά μικρές περιοχές και καλούνται *σύμμορφες*. Είναι αδύνατη η δημιουργία μιας

απεικόνισης που θα διατηρεί τις γωνίες αναλλοίωτες σε όλη της την έκταση, ενώ είναι δυνατόν να επιτευχθεί η διατήρηση των γωνιακών μετρήσεων αναλλοίωτων από ένα ή δύο σημεία του χάρτη προς όλα τα υπόλοιπα σημεία.

Κατηγορίες Χαρτογραφικών Προβολών

Η κατηγοριοποίηση των χαρτογραφικών προβολών μπορεί να γίνει με βάση διαφορετικά κριτήρια. Στη συνέχεια παρατίθενται ορισμένες κατηγοριοποιήσεις.

Φύση της επιφάνειας προβολής

Περιγράφει το σχήμα της επιφάνειας προβολής. Οι τρεις κύριες δυνατότητες, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, είναι: α) το επίπεδο, β) ο κώνος, και γ) ο κύλινδρος. Οι αντίστοιχες προβολές καλούνται *αζιμουθιακές*, *κωνικές* και *κυλινδρικές*.

Ταύτιση με την επιφάνεια προβολής

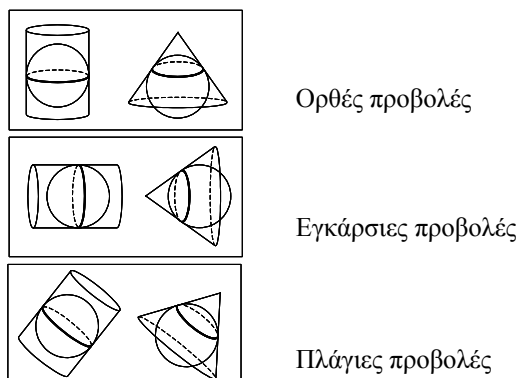
Περιγράφει την επαφή μεταξύ της επιφάνειας προβολής και της γης. Υπάρχουν τρεις δυνατότητες. α) *εφαπτομενικές προβολές*, όπου η επιφάνεια προβολής εφάπτεται στη γήινη επιφάνεια και μοιράζεται με αυτή ένα σημείο ή μια γραμμή (κυκλικής μορφής), β) *τέμνουσες προβολές*, όπου η επιφάνεια προβολής τέμνει τη γη και μοιράζεται με αυτήν μία ή περισσότερες γραμμές, και γ) *πολυεπίπεδες προβολές*, όπου η επιφάνεια προβολής είναι μια σύνθετη επιφάνεια αποτελούμενη από πολλά επίπεδα, τα οποία μοιράζονται με τη γη πολλές γραμμές και σημεία.

Θέση της επιφάνειας προβολής

Περιγράφει τη θέση της επιφάνειας προβολής σε σχέση με τη γη. Αλλάζοντας της θέση, μεταφέρεται η περιοχή με την ελάχιστη παραμόρφωση, και προσαρμόζεται στη χώρα προς χαρτογράφηση. Οι κωνικές και κυλινδρικές προβολές διακρίνονται, ανάλογα με τη θέση του άξονα της επιφάνειας προβολής ως προς τον άξονα περιστροφής της γης, σε (Σχήμα 8): α) *κανονικές*, όταν οι άξονες αυτοί είναι παράλληλοι, β) *εγκάρσιες*, όταν οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι μεταξύ τους, και γ) *πλάγιες*, για τις άλλες περιπτώσεις.

Χαρακτηριστικά της προβολής

Περιγράφουν την προβολή με βάση τα μεγέθη που διατηρεί χωρίς παραμορφώσεις για μικρή έκταση της γης. Όπως αναφέρθηκε ήδη, οι προβολές διακρίνονται σε: α) *ισοδύναμες*, β) *ισαπέχουσες*, και γ) *σύμμορφες*.



Σχήμα 8.

Μέθοδος δημιουργίας

Περιγράφει πώς υλοποιείται η χαρτογραφική προβολή. Η μέθοδος αυτή μπορεί να είναι: α) *γεωμετρική*, β) *ημι-γεωμετρική*, ή γ) *συμβατική*. Η γεωμετρική (ή προβολική) μέθοδος προσομοιώνει την προβολή με ακτίνες. Η προβολή των σημείων της γης στην επιφάνεια προβολής γίνεται με χρήση μαθηματικών και γεωμετρίας. Στην ημι-γεωμετρική μέθοδο, μόνο μια οικογένεια γραμμών προβάλλονται, ενώ οι υπόλοιπες επάγονται αναλυτικά. Παραδείγματα τέτοιων προβολών είναι οι ψευδοκυλινδρικές και οι ψευδοκωνικές προβολές. Στις πρώτες από αυτές ο γεωγραφικός κানাβος αποτελείται από παράλληλους που είναι οριζόντιες ευθείες γραμμές και από μεσημβρινούς που είναι καμπύλες γραμμές. Η συμβατική μέθοδος δεν ακολουθεί τη διαδικασία της προβολής φωτός. Στη μέθοδο αυτή πρώτα ορίζεται ο γεωγραφικός κানাβος (π.χ., δίκτυο τετραγώνων, κύκλων, ή ελλείψεων) και στη συνέχεια προσδιορίζονται οι συναρτήσεις προβολής. Στην περίπτωση αυτή δεν μπορεί να περιγραφεί η επιφάνεια προβολής ούτε η θέση της.

Στο παρελθόν έχουν προταθεί πολλές προβολές. Ορισμένες από τις πιο βασικές είναι οι εξής: α) *Μερκατορική προβολή*, είναι σύμμορφη, κυλινδρική, εφαπτόμενη, β) *προβολή Albers*, είναι ισαπέχουσα, κωνική, τέμνουσα (σε δύο παραλλήλους), γ) *προβολή Lambert II*, είναι σύμμορφη, κωνική, τέμνουσα (σε δύο παραλλήλους), δ) *προβολή Lambert III*, είναι ισοδύναμη, κυλινδρική, εφαπτόμενη, ε) *προβολή Lambert V*, είναι ισοδύναμη, κωνική, εφαπτομενική, και στ) *εγκάρσια Μερκατορική προβολή*, είναι εγκάρσια, σύμμορφη, κυλινδρική, εφαπτόμενη προβολή.

Επιλογή της Χαρτογραφικής Προβολής

Η επιλογή της χαρτογραφικής προβολής επηρεάζεται από: α) τη *θέση*, β) το *σχήμα* της περιοχής προς χαρτογράφηση, και γ) την *εφαρμογή* για την οποία προορίζεται ο χάρτης.

Αν η περιοχή είναι επιμήκης και ακολουθεί χοντρικά έναν μεγάλο κύκλο της γης, τότε η κυλινδρική προβολή αποτελεί μια καλή επιλογή. Στην περίπτωση που η επιμήκης περιοχή ακολουθεί έναν μεσημβρινό, όπως η Χιλή, τότε μια εγκάρσια κυλινδρική προβολή είναι κατάλληλη. Από την άλλη πλευρά, αν η περιοχή είναι επιμήκης κατά μήκος ενός παραλλήλου, εκτός του ισημερινού, όπως ο Καναδάς, τότε μια κωνική προβολή αποτελεί καλή επιλογή. Για σχεδόν κυκλικές περιοχές, όπως η Γαλλία, υπάρχουν πολλές επιλογές, που περιλαμβάνουν τις αζιμουθιακές και τις κωνικές σαν εφαπτομενικές ή τέμνουσες.

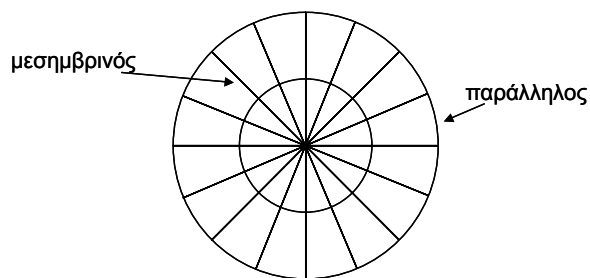
Τα χαρακτηριστικά μιας προβολής επηρεάζουν την απόφαση υιοθέτησής της. Για παράδειγμα, οι ναυτικοί προτιμούν τις σύμμορφες προβολές (π.χ., Μερκατορική προβολή), διότι διατηρούν τις γωνίες και διευθύνσεις. Ένας χαρτογράφος που επιθυμεί να απεικονίσει τα σχετικά μεγέθη των χωρών της Ευρώπης επιλέγει μια ισοδύναμη προβολή. Οι τοπογραφικοί χάρτες συντάσσονται αποκλειστικά σε σύμμορφες προβολές. Οι θεματικοί χάρτες συντάσσονται συνήθως σε ισοδύναμες προβολές.

Χαρακτηριστικά των Σύνηθων Προβολών

Στη συνέχεια περιγράφονται συνοπτικά τα χαρακτηριστικά ορισμένων σύνηθων χαρτογραφικών προβολών.

Αζιμουθιακές προβολές

Σε μια αζιμουθιακή προβολή, όταν το επίπεδο εφάπτεται στον πόλο, οι παράλληλοι απεικονίζονται σαν ομόκεντροι κύκλοι και οι μεσημβρινοί σαν ακτίνες των κύκλων αυτών (Σχήμα 9). Οι μεσημβρινοί και παράλληλοι σχηματίζουν μεταξύ τους ορθές γωνίες. Οι διευθύνσεις από το κέντρο (πόλο) διατηρούνται αναλλοίωτες, ενώ η απόσταση μεταξύ των παραλλήλων διαφέρει ανάλογα με την προβολή (π.χ., γνωμονική ή στερεογραφική προβολή).



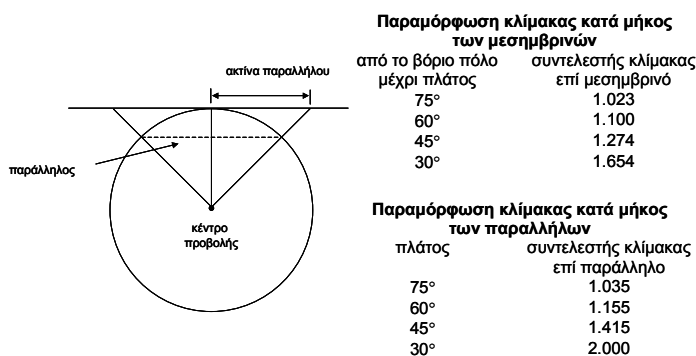
Σχήμα 9.

Γνωμονική προβολή

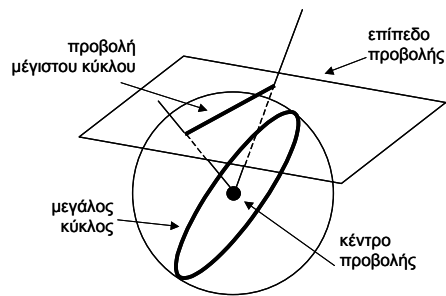
Μια σύνθητης αζιμουθιακή προβολή είναι η *γνωμονική προβολή*. Η γνωμονική προβολή είναι μια γεωμετρική προβολή. Η πηγή φωτός θεωρείται ότι κείται στο κέντρο της σφαίρας (Σχήμα 10). Επομένως, στην περίπτωση που το επίπεδο εφάπτεται στον πόλο ο ισημερινός δεν απεικονίζεται καθώς προβάλλεται στο άπειρο. Λόγω των μεγάλων παραμορφώσεων χρησιμοποιείται σπάνια για περιοχές που απέχουν περισσότερο των 30° από τον πόλο.

Η προβολή δεν είναι ούτε ισοδύναμη ούτε σύμμορφη (καθώς η παραμόρφωση κατά μήκος των μεσημβρινών διαφέρει από αυτή των παραλλήλων) ούτε ισαπέχουσα, ενώ η κλίμακα είναι μεταβλητή προς όλες της διευθύνσεις.

Βασικό πλεονέκτημα της γνωμονικής προβολής αποτελεί η απεικόνιση των μεγάλων κύκλων της σφαίρας σε ευθείες (Σχήμα 11). Η ιδιότητα αυτή έχει σημαντικές εφαρμογές, όπως στη ναυτιλία, και ισχύει για κάθε προσανατολισμό του επιπέδου προβολής (ορθή, πλάγια, εγκάρσια προβολή).



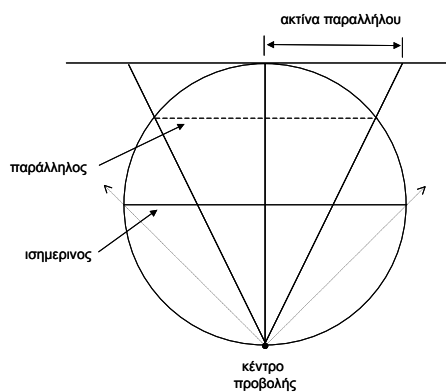
Σχήμα 10.



Σχήμα 11.

Στερεογραφική προβολή

Η στερεογραφική προβολή (Ιππαρχος 150 π.Χ.) έχει παρόμοια κατασκευή με τη γωνιωματική προβολή. Το κέντρο προβολής κείται στο αντι-διαμετρικό σημείο του σημείου επαφής επιπέδου και σφαίρας (Σχήμα 12). Οπότε, αν το επίπεδο εφάπτεται τη σφαίρα στο βόριο πόλο, το κέντρο προβολής κείται στο νότιο πόλο. Καθώς το κέντρο προβολής απομακρύνεται από το επίπεδο προβολής (σε σχέση με τη γωνιωματική) ελαττώνονται οι παραμορφώσεις σε παράλληλους και μεσημβρινούς. Σε αντίθεση με τη γωνιωματική προβολή, ο ισημερινός απεικονίζεται, όταν το επίπεδο εφάπτεται στη σφαίρα στον πόλο.

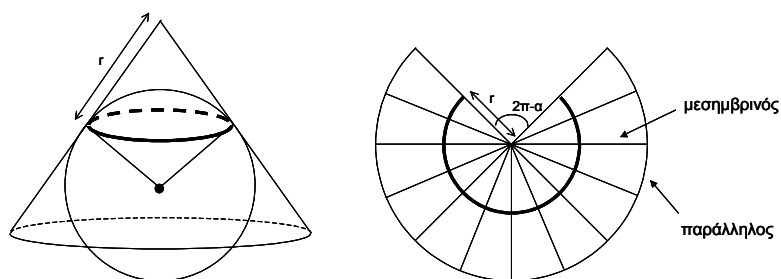


Σχήμα 12.

Η γωνιωματική προβολή εφαρμόζεται συχνά στη χαρτογραφία. Αποτελεί μια σύμμορφη προβολή, καθώς η παραμόρφωση κλίμακας κατά μήκος μεσημβρινών και παραλλήλων είναι η αυτή σε μια αόριστα μικρή περιοχή προβολής.

Κωνικές προβολές

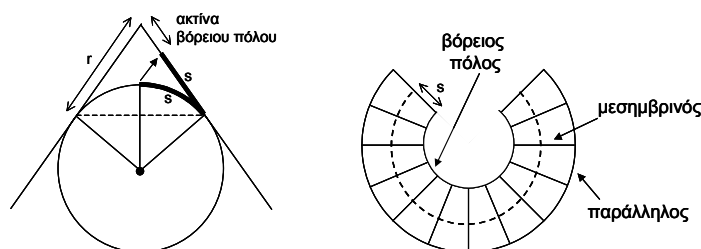
Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στις κωνικές προβολές η επιφάνεια προβολής είναι ένας κώνος που εφάπτεται σε έναν μικρό κύκλο με τη σφαίρα (Σχήμα 13). Ο προβαλλόμενος κώνος έχει αντίστοιχη μορφή με τον κώνο των αζιμουθιακών προβολών. Οι παράλληλοι είναι ομόκεντρα κυκλικά τόξα (στην ορθή κωνική), ενώ οι γωνίες μεταξύ των μεσημβρινών είναι αναλογικά μικρότερες από τις πραγματικές διαφορές γεωγραφικού μήκους, καθώς ένα τόξο ανοίγματος $\alpha < 360^\circ$ αναπαριστά έναν κύκλο 360° . Το μέγεθος της γωνίας (α) εξαρτάται από τη θέση που ο κώνος εφάπτεται στη σφαίρα. Το (α) αυξάνεται όσο μικραίνει το μέγεθος του μικρού κύκλου επαφής (π.χ., όσο πλησιάζει τον πόλο ο παράλληλος επαφής). Ο πόλος σε μια κωνική προβολή μπορεί να προβάλλεται σαν σημείο ή σαν γραμμή (π.χ., στην ισαπέχουσα κωνική προβολή).



Σχήμα 13.

Ισαπέχουσα κωνική προβολή

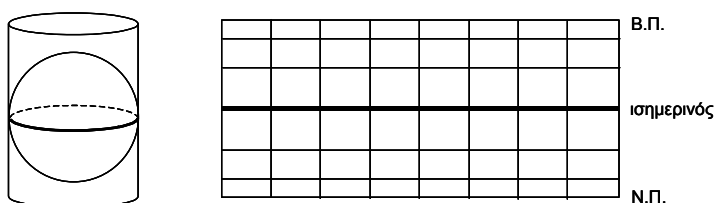
Η *ισαπέχουσα κωνική προβολή* αποτελεί μια αντιπροσωπευτική κωνική προβολή (Σχήμα 14). Στην προβολή αυτή η απόσταση μεταξύ των παραλλήλων είναι σταθερή (στην ορθή προβολή). Οι παράλληλοι αντιστοιχούν σε ισαπέχοντες ομόκεντρους κύκλους, ενώ ο βόρειος πόλος απεικονίζεται με ένα κυκλικό τόξο, ώστε να διατηρηθούν τα μήκη.



Σχήμα 14.

Κυλινδρικές προβολές

Στην ορθή κυλινδρική προβολή οι μεσημβρινοί και παράλληλοι ορίζουν δύο σύνολα παραλλήλων ευθειών που τέμνονται σε ορθές γωνίες (Σχήμα 15). Όλοι οι παράλληλοι έχουν μήκος ίσο με αυτό του ισημερινού, ενώ η απόσταση μεταξύ των παραλλήλων διαφέρει ανάλογα με την προβολή. Από την άλλη πλευρά, οι μεσημβρινοί ισαπέχουν μεταξύ τους. Οι πόλοι αναπαριστώνται με ευθείες γραμμές. Προφανώς, ο κάναβος στην εγκάρσια και τις πλάγιες κυλινδρικές προβολές δεν είναι ορθογώνιος.



Σχήμα 15.

Μερκατορική προβολή

Η *Μερκατορική προβολή* (Mercator 1569) είναι μια σύμμορφη κυλινδρική προβολή, στην οποία όλοι οι παράλληλοι έχουν μήκος ίσο με αυτό του ισημερινού. Ο συντελεστής κλίμακας των μεσημβρινών αυξάνει πλησιάζοντας τους πόλους και γίνεται ίσος με αυτόν των αντίστοιχων παραλλήλων (για να επιτευχθεί η σύμμορφη). Η παραμόρφωση των εμβαδών αυξάνει δραματικά προς τους πόλους (Σχήμα 16).

Παραμόρφωση εμβαδών στη Μερκατορική προβολή	
για ένα μικρό εμβαδόν σε πλάτος	συντελεστής παραμόρφωσης εμβαδού
0°	1.0
20°	1.1
40°	1.7
60°	4.0
80°	33.1
90°	∞

Σχήμα 16.

Αν και σύμμορφη, η Μερκατορική προβολή δε διατηρεί τις μορφές των μεγάλων περιοχών. Για παράδειγμα, το τρίγωνο, που σχηματίζουν δύο μεσημβρινοί, ο ισημερινός και ο πόλος, απεικονίζεται σαν παραλληλόγραμμο. Η μερκατορική προβολή αποτελεί μια ημι-γεωμετρική προβολή, καθώς οι μεσημβρινοί μπορούν να προβληθούν γεωμετρικά, ενώ οι παράλληλοι όχι (π.χ., οι πόλοι).

Οι γραμμές σταθερού αζιμουθίου αναπαριστώνται με ευθείες, δηλ., μια γραμμή που τέμνει τους μεσημβρινούς με σταθερή γωνία στη σφαίρα, τέμνει τους μεσημβρινούς του χάρτη με την ίδια γωνία. Οι γραμμές αυτές καλούνται *λοξοδρομίες* και είναι ευθείες στη μερκατορική προβολή. Η ιδιότητα αυτή της μερκατορικής προβολής την έκανε δημοφιλή στη ναυτιλία για περισσότερα από 400 χρόνια.

Συγκεκριμένα, η διαδικασία χάραξης της πορείας ενός πλοίου περιλάμβανε τα ακόλουθα τρία βήματα: (1) χρήση της γνωμονικής προβολής για χάραξη του μέγιστου κύκλου που συνδέει δύο περιοχές (αποτελεί τη συντομότερη απόσταση), (2) προσέγγιση του μέγιστου κύκλου με ένα πλήθος λοξοδρομιών (ευθυγράμμων τμημάτων) επί της μερκατορικής προβολής, και (3) χάραξη της πορείας του πλοίου ακολουθώντας τις λοξοδρομίες.

Η μερκατορική προβολή υιοθετείται ευρέως σε εφαρμογές όπου απαιτείται η ορθή απόδοση αζιμουθίων και διευθύνσεων, π.χ., σε χάρτες που απεικονίζουν τα διανύσματα του αιώλου ή τα ρεύματα των ωκεανών, κλπ. Αντιθέτως, δεν υιοθετείται σε θεματικούς χάρτες όπου έχει σημασία το εμβαδόν των προβαλλόμενων περιοχών, π.χ., χάρτες κατανομής πληθυσμών, κá.

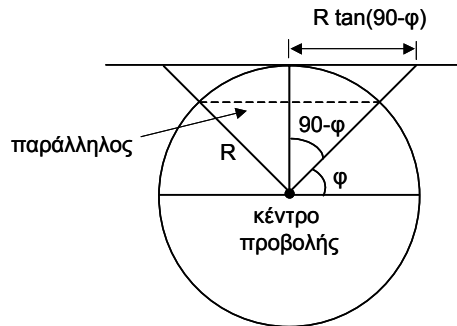
Βασικά Μαθηματικά των Σύνηθων Προβολών

Η κατασκευή μιας προβολής εμπλέκει το σχεδιασμό των παραλλήλων και το σχεδιασμό των μεσημβρινών. Ανάλογα με το αν η γη προσεγγίζεται με τη σφαίρα ή το ελλειψοειδές εκ περιστροφής, οι μαθηματικοί τύποι διαφέρουν. Στη συνέχεια για λόγους απλότητας εξετάζεται η σφαίρα ακτίνας R σαν επιφάνεια αναφοράς.

Αζιμουθιακές προβολές

Γνωμονική προβολή

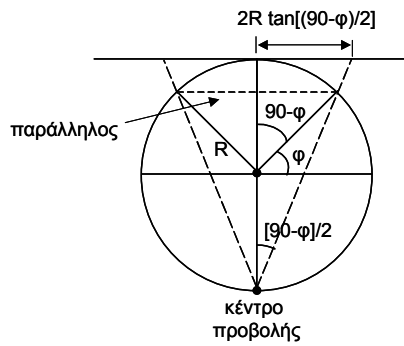
Η ακτίνα κάθε παραλλήλου δίνεται από τη σχέση: $r = R \tan(90-\varphi)$, οπότε η ακτίνα του παραλλήλου $\varphi=45^\circ$ είναι ίση με R (Σχήμα 17). Για την παραγωγή ενός χάρτη 1:1.000.000 το R είναι ίσο με 6.371 m.



Σχήμα 17.

Στερεογραφική προβολή

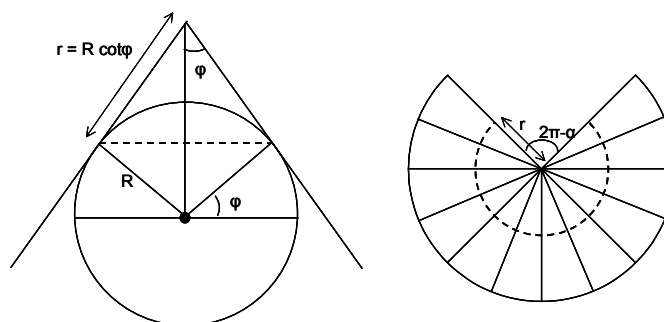
Η ακτίνα κάθε παραλλήλου δίνεται από τη σχέση: $r = 2R \tan[(90-\varphi)/2]$, οπότε η ακτίνα του παραλλήλου $\varphi = 45^\circ$ είναι ίση με $0,82842R$ (Σχήμα 18).



Σχήμα 18.

Κωνικές προβολές

Η ακτίνα του παραλλήλου επαφής (βασικός παράλληλος) δίνεται από τη σχέση: $r = R / \tan\varphi$, ενώ η γωνία (α) δίνεται από τη σχέση: $\alpha = 2\pi \sin\varphi$ (Σχήμα 19).



Σχήμα 19.

Κυλινδρικές προβολές

Η μερκατορική προβολή αποτελεί μια ημι-γεωμετρική προβολή που περιγράφεται πλήρως μαθηματικά. Το μήκος του παραλλήλου στη σφαίρα είναι: $2\pi R \cos\varphi$, ενώ το μήκος του παραλλήλου στην προβολή είναι: $2\pi R$ (= ισημερινός). Οπότε ο συντελεστής παραμόρφωσης της κλίμακας είναι:

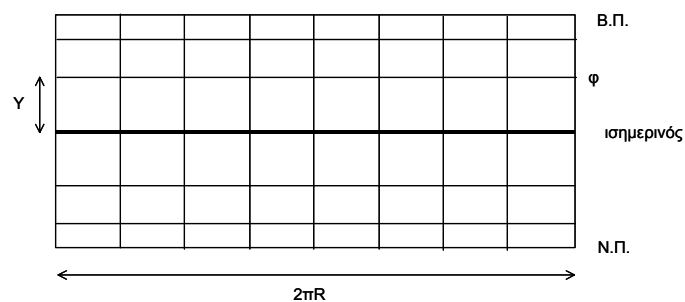
$$\frac{2\pi \cdot R}{2\pi \cdot R \cos\varphi} = \sec\varphi$$

Η απόσταση μεταξύ δύο κοντινών παραλλήλων στη σφαίρα είναι: $dY = R \, d\varphi$. Στο επίπεδο προβολής η απόσταση αυτή μεγεθύνεται κατά το συντελεστή $\sec\varphi$ για να επιτευχθεί η συμμορφία (Σχήμα 20), οπότε:

$$dY = R \sec\varphi \, d\varphi$$

Ολοκληρώνοντας υπολογίζεται το Y:

$$Y = \int_0^\varphi R \cdot \sec\varphi \cdot d\varphi = R \ln \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$$



Σχήμα 20.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΩΝ

Εισαγωγή

Ο όρος σύστημα απεικόνισης αντιστοιχεί σε ένα σύστημα αναφοράς του γεωγραφικού χώρου. Αποτελεί μια απεικόνιση εφαρμοσμένη σε συγκεκριμένο ελλειψοειδές. Ένα σύστημα απεικόνισης αξιοποιείται σε γεωδαιτικές και χαρτογραφικές εργασίες για τον προσδιορισμό της θέσης των αντικειμένων στο χώρο. Στην Ελλάδα εφαρμόζονται κυρίως τέσσερα συστήματα απεικονίσεων: α) το σύστημα Hatt, β) το σύστημα UTM-6°, γ) το σύστημα ΕΜΠ-3°, και δ) το σύστημα ΕΓΣΑ'87.

Σύστημα Hatt

Το σύστημα Hatt εφαρμόζεται στην πλάγια αξιμουθιακή ισαπέχουσα προβολή και στο ελλειψοειδές του Bessel ($a = 6.377.397$ m, $b = 6.356.079$ m, $f = 1/299.2$). Η απεικόνιση αυτή διατηρεί τα μήκη στοιχειωδών γραμμών αναλλοίωτα από το ελλειψοειδές στο επίπεδο κατά ορισμένες μόνο διευθύνσεις.

Ολόκληρη η χώρα στο σύστημα αυτό έχει χωριστεί σε 130 περίπου σφαιροειδή τραπέζια διαστάσεων $30' \times 30'$, κάθε ένα από τα οποία αποτελεί και διαφορετικό τοπικό σύστημα. Η αφετηρία του συστήματος είναι το Αστεροσκοπείο Αθηνών από το μεσημβρινό του οποίου μετράται το γεωγραφικό μήκος. Τα κέντρα των σφαιροειδών τραπέζιων ονομάζονται κέντρα φύλλου, των οποίων οι γεωγραφικές συντεταγμένες βρίσκονται σε ακέραιες μοίρες και $15'$ ή $45'$. Στην έκταση του κάθε σφαιροειδούς τραπέζιου οι παραμορφώσεις μηκών φθάνουν τα 5 ppm (μέρη στο εκατομμύριο).

Το σύστημα Hatt αποτελούσε το επίσημο γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς της χώρας και την ευθύνη της διαχείρισής του είχε η Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού (ΓΥΣ). Σήμερα έχει αντικατασταθεί από το ΕΓΣΑ'87.

Σύστημα UTM-6°

Το σύστημα UTM (Universal Transverse Mercator) εφαρμόζεται στην εγκάρσια μερκατορική προβολή και αρχικά στο ελλειψοειδές του Hayford ($a = 6.378.388$ m, $b = 6.356.912$ m, $f = 1/297.0$), ενώ σήμερα στο ελλειψοειδές GRS80 ($a = 6.378.137$ m, $b = 6.356.752$ m, $f = 1/298.257$). Η εγκάρσια μερκατορική απεικόνιση είναι σύμμορφη, δηλαδή διατηρεί αναλλοίωτες τις μορφές των στοιχειωδών σχημάτων από το ελλειψοειδές στο επίπεδο.

Στο σύστημα UTM-6° ολόκληρη η επιφάνεια της γης χωρίζεται σε 60 ζώνες (τοπικά συστήματα) πλάτους 6° η κάθε μία. Η Ελλάδα απεικονίζεται σε δύο ζώνες με κεντρικούς μεσημβρινούς αντίστοιχα $\lambda_0 = 21^\circ$ (ζώνη 34) και $\lambda_0 = 27^\circ$ (ζώνη 35) από το μεσημβρινό του Greenwich. Ο συντελεστής κλίμακας της προβολής είναι 0.9996, ενώ στις τετμημένες προστίθεται η σταθερά 500.000 m για την αποφυγή αρνητικών τιμών. Οι παραμορφώσεις αυξάνονται ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από τον κεντρικό μεσημβρινό και είναι της τάξης των 500 ppm.

Το σύστημα UTM-6° έχει παγκόσμια χρήση και στην Ελλάδα το διαχειρίζεται αποκλειστικά η ΓΥΣ.

Σύστημα ΕΜΠ-3°

Το σύστημα της εγκάρσιας μερκατορικής προβολής των 3° (ΕΜΠ-3°) εφαρμόζεται στην εγκάρσια μερκατορική προβολή και στο ελλειψοειδές του Bessel ($a = 6.377.397$ m, $b = 6.356.079$ m, $f = 1/299.2$). Η απεικόνιση έχει την ιδιότητα της συμμορφίας.

Με το σύστημα ΕΜΠ-3° η χώρα χωρίζεται σε τρεις ζώνες πλάτους 3°, με αφετηρία το Αστεροσκοπείο Αθηνών. Ο κεντρικός μεσημβρινός της πρώτης ζώνης είναι ο μεσημβρινός με $\lambda_0 = -3^\circ$, της δεύτερης ζώνης ο $\lambda_0 = 0^\circ$, και της τρίτης ζώνης ο $\lambda_0 = 3^\circ$. Οι παραμορφώσεις και στο σύστημα αυτό αυξάνονται ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από τον κεντρικό μεσημβρινό. Ο συντελεστής κλίμακας είναι 0.9999. Στις τετμημένες προστίθεται η σταθερά 200.000 m, ενώ στις τεταγμένες (Υ) αφαιρείται η σταθερά που αντιστοιχεί στο τόξο μεσημβρινού από τον ισημερινό μέχρι τον παράλληλο των 34°. Σε κάθε ζώνη οι παραμορφώσεις είναι της τάξης των 100 ppm.

Το σύστημα ΕΜΠ-3° δημιουργήθηκε για τις ανάγκες του Υπουργείου Δημοσίων Έργων. Η Επιχείρηση Πολεοδομικής Ανασυγκρότησης (ΕΠΑ'83) βασίστηκε σε αυτό το σύστημα. Σήμερα παρουσιάζει φθίνουσα χρήση.

Σύστημα ΕΓΣΑ'87

Το Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς (ΕΓΣΑ'87) εφαρμόζεται στην εγκάρσια μερκατορική προβολή και στο ελλειψοειδές GRS80 ($a = 6.378.137$ m, $b = 6.356.752$ m, $f = 1/298.257$). Η απεικόνιση διατηρεί αναλλοίωτες τις μορφές στοιχειωδών σχημάτων από το ελλειψοειδές στο επίπεδο (λόγω της συμμορφίας της εγκάρσιας μερκατορικής προβολής).

Με το σύστημα αυτό η χώρα απεικονίζεται σε μια μόνο ζώνη με κεντρικό μεσημβρινό $\lambda_0 = 24^\circ$ από το μεσημβρινό του Greenwich. Ο συντελεστής κλίμακας είναι 0.9996, ενώ στις τετμημένες προστίθεται η σταθερά 500.000 m για την αποφυγή αρνητικών τιμών.

Όπως και στις άλλες εφαρμογές της εγκάρσιας μερκατορικής απεικόνισης, οι παραμορφώσεις αυξάνονται ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από τον κεντρικό μεσημβρινό. Οι μέγιστες παραμορφώσεις στην έκταση της χώρας φθάνουν στα 670 ppm.

Το σύστημα ΕΓΣΑ'87 είναι συμβατό με τις απαιτήσεις της σύγχρονης τεχνολογίας και αποτελεί πλέον σήμερα το επίσημο γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς της χώρας. Την ευθύνη διαχείρισης του συστήματος έχει ο Οργανισμός Κτηματολογίου και Χαρτογραφίσεων Ελλάδας (ΟΚΧΕ).

ΤΟ ΠΑΓΚΟΣΜΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΥ ΘΕΣΗΣ (GPS)

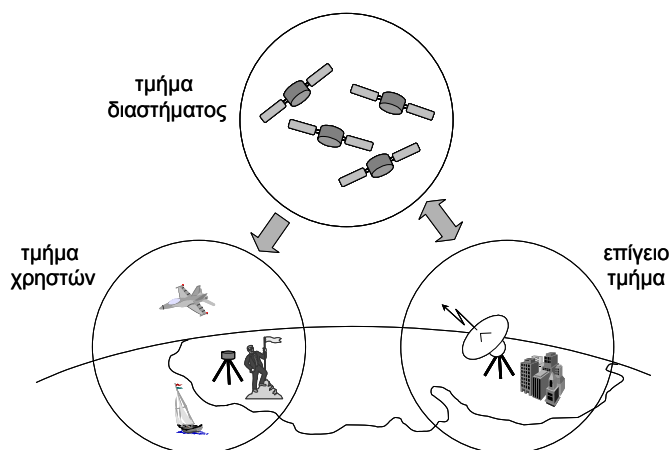
Εισαγωγή

Το σύστημα GPS (Global Positioning System) βασίζεται στις αρχές λειτουργίας των παθητικών δορυφορικών συστημάτων ναυσιπλοΐας (NAVSTAR) και παρέχει πληροφορίες θέσης και ταχύτητας, σε παγκόσμια κλίμακα, κάτω από οποιεσδήποτε καιρικές συνθήκες, 24 ώρες το 24ωρο, σε απεριόριστο αριθμό χρηστών. Η ακρίβεια του στιγμιαίου εντοπισμού θέσης είναι της τάξης των 10m, και της στιγμιαίας ταχύτητας είναι της τάξης των 0.03m/sec. Στις γεωδαιτικές εφαρμογές επιτυγχάνονται ακρίβειες του 1ppm στον προσδιορισμό αποστάσεων (για 1 έως δεκάδες km).

Το δορυφορικό σύστημα GPS σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε από τις Η.Π.Α. για να ικανοποιήσει κυρίως τις στρατιωτικές ανάγκες ναυσιπλοΐας. Βέβαια η εφαρμογή του έχει σήμερα επεκταθεί σε όλους τους κλάδους της ναυσιπλοΐας, εντοπισμού θέσης, κλπ.

Λειτουργικά Τμήματα του GPS

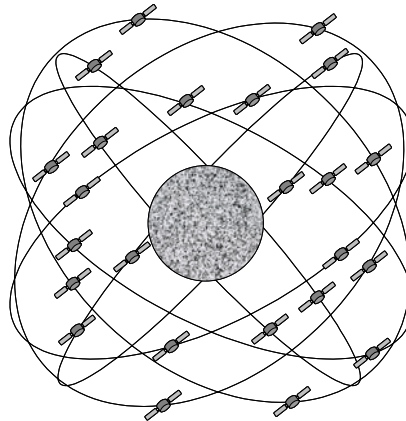
Το σύστημα GPS αποτελείται από τρία λειτουργικά τμήματα: α) το τμήμα του διαστήματος, β) το επίγειο τμήμα ελέγχου και γ) το τμήμα χρηστών (Σχήμα 1). Το τμήμα του διαστήματος αποτελείται από τους δορυφόρους NAVSTAR που εκπέμπουν σήματα και κωδικοποιημένες πληροφορίες στην περιοχή των μικροκυμάτων. Το επίγειο τμήμα ελέγχου παρακολουθεί και κατευθύνει τη λειτουργία κάθε δορυφόρου του συστήματος. Το τμήμα χρηστών λαμβάνει τα σήματα των δορυφόρων και αποτελείται από όλους τους χρήστες που εκμεταλλεύονται τις δυνατότητες του συστήματος για ναυσιπλοΐα, γεωδαισία και άλλες χρήσεις.



Σχήμα 1. Τα λειτουργικά τμήματα του GPS.

Στο λειτουργικό τμήμα διαστήματος οι δορυφόροι έχουν τοποθετηθεί έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η βέλτιστη κάλυψη της γης, δηλ., τουλάχιστον 4 ορατοί δορυφόροι από κάθε σημείο κάθε χρονική στιγμή. Αυτό επιτυγχάνεται με ελεγχόμενη τροχιά 24 δορυφόρων (21 κύριοι και 3 ανταλλακτικοί) σε 6 τροχιακά επίπεδα, με

γωνία κλίσης 55° ως προς το ισημερινό επίπεδο, και σχεδόν κυκλικές τροχιές (Σχήμα 2). Η περίοδος ολοκλήρωσης μιας περιστροφής της γης ανά δορυφόρο είναι 12 ώρες, ενώ το ύψος τροχιάς είναι 20200km. Οι δορυφόροι διαθέτουν ηλιακές μπαταρίες σαν πηγή ηλεκτρικής ενέργειας και αποθηκευμένα καύσιμα, για την τροφοδοσία των φερόμενων συστημάτων και τις διορθώσεις της τροχιάς. Διαθέτουν επίσης τέσσερα χρονόμετρα ακριβείας (δύο ρουβιδίου και δύο καισίου) για τη σταθερή μέτρηση του χρόνου και την παραγωγή σήματος με συχνότητα υψηλής σταθερότητας. Η μέση διάρκεια ζωής κάθε δορυφόρου 6 - 7.5 χρόνια.



Σχήμα 2. Ο σχηματισμός των δορυφόρων GPS.

Το λειτουργικό τμήμα εδάφους παρακολουθεί, ενημερώνει και ελέγχει το λειτουργικό τμήμα του διαστήματος:

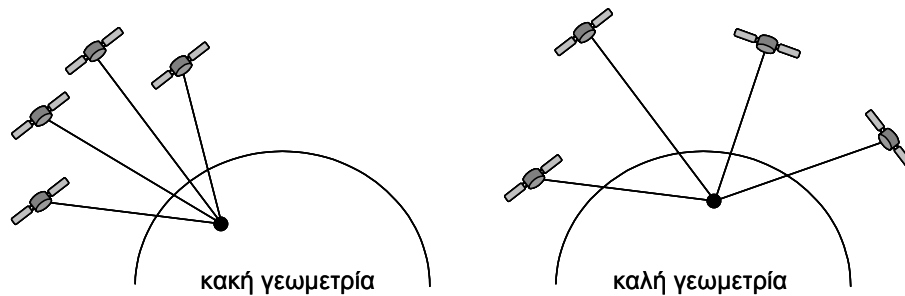
α) από πέντε αρκετά απομακρυσμένους σταθμούς παρακολούθησης, οι οποίοι πραγματοποιούν συνεχώς μετρήσεις σε όλους τους δορυφόρους, β) τρεις σταθμούς επικοινωνίας, οι οποίοι μεταδίδουν δεδομένα στον επεξεργαστή και στη μνήμη του δορυφόρου, και γ) έναν κεντρικό σταθμό ελέγχου, ο οποίος συλλέγει τα δεδομένα των παρατηρήσεων και υπολογίζει την πρόβλεψη των εφημερίδων (τροχιών) των δορυφόρων, επεμβαίνει και τροποποιεί το δορυφορικό σχηματισμό όταν κριθεί απαραίτητο και κατευθύνει τις λειτουργίες των δορυφόρων (χρονόμετρα, τροφοδοσία, ηλεκτρονικά συστήματα, κά.).

Το σήμα του GPS συντίθεται από ένα αριθμό σημάτων, όλων βασισμένων στη θεμελιώδη συχνότητα $f=10.23$ MHz. Παράγονται δύο φέροντα κύματα με συχνότητες 154f (L1) και 120f (L2), στα οποία προστίθενται κώδικες ψευδοτυχαίου θορύβου σαν δυαδικές παραμορφώσεις δύο φάσεων στις συχνότητες f (P-κώδικας) και $f/10$ (C/A κώδικας). Οι δυαδικές αυτές παραμορφώσεις μεταδίδουν πληροφορίες για τη λειτουργία του δορυφόρου, τις παραμέτρους διόρθωσης του χρονόμετρου του δέκτη, τα τροχιακά στοιχεία του δορυφόρου, τις διορθώσεις για την καθυστέρηση διάδοσης του σήματος λόγω ιονόσφαιρας, και πληροφορίες για τους άλλους δορυφόρους του σχηματισμού.

Ο προσδιορισμός της θέσης κάθε σημείου βασίζεται στη μέτρηση τουλάχιστον τεσσάρων αποστάσεων προς ισάριθμους δορυφόρους. Στο τμήμα χρηστών ο χρήστης διαθέτει έναν δέκτη που λαμβάνει τις εκπομπές των δορυφόρων του συστήματος GPS. Η μέτρηση της απόστασης του δέκτη από ένα δορυφόρο επιτυγχάνεται με την ευθυγράμμιση του κώδικα που εκπέμπεται από το δορυφόρο και του κώδικα που παράγεται από το δέκτη.

Οι μετρήσεις των τεσσάρων αποστάσεων συνδυάζονται με τις γνωστές θέσεις των δορυφόρων στην τροχιά τους. Οι τρεις εξισώσεις παρατήρησης δίνουν την τρισδιάστατη θέση, ενώ η τέταρτη εξίσωση τη συμπεριφορά του χρονομέτρου του παρατηρητή (χρονόμετρο σχετικά μικρής ακρίβειας).

Τα σφάλματα του συστήματος GPS ποικίλλουν και περιλαμβάνουν: α) σφάλματα στη θέση των δορυφόρων, β) σφάλματα χρονομέτρου του δορυφόρου, γ) επιδράσεις των ατμοσφαιρικών συνθηκών στη μετάδοση του σήματος, δ) σφάλματα στο χρονόμετρο του δέκτη, ε) σφάλματα ανακλάσεων σήματος, στ) σφάλματα κακής γεωμετρίας των δορυφόρων (Σχήμα 3), κ.ά.



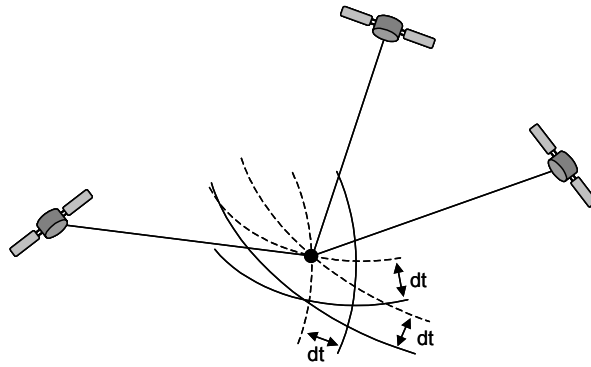
Σχήμα 3. Καλή και κακή γεωμετρία του δορυφορικού σχηματισμού.

Μέθοδοι Εντοπισμού με το GPS

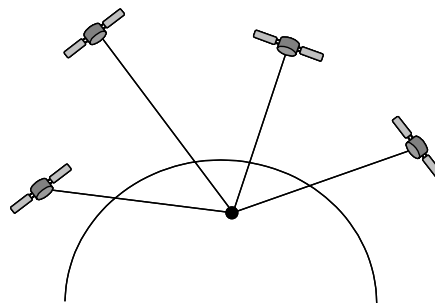
Ο εντοπισμός της θέσης του δέκτη σήματος GPS επιτυγχάνεται με εφαρμογή δύο βασικών μεθόδων: α) απλός εντοπισμός, και β) σχετικός εντοπισμός.

Στον απλό εντοπισμό θέσης με τρεις δορυφόρους, η διαδικασία εντοπισμού εικονίζεται στο Σχήμα 4. Ένας δέκτης τοποθετείται στο σημείο του οποίου ζητείται η θέση και λαμβάνει το σήμα (C/A ή P κώδικα) από τρεις δορυφόρους. Επομένως με δεδομένα τις 3 αποστάσεις από γνωστές θέσεις σχηματίζονται 3 σφαίρες και προσδιορίζονται οι 3 συντεταγμένες (X,Y,Z) της θέσης του δέκτη σε ένα γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς (π.χ., WGS 84). Λόγω της χαμηλής ποιότητας του χρονομέτρου του δέκτη, για ελαχιστοποίηση του κόστους, υπάρχει ένα σφάλμα στον προσδιορισμό του χρόνου λήψης του σήματος dt , το οποίο μεταφράζεται σε σφάλμα στις μετρούμενες αποστάσεις και επομένως σε σφάλμα στη θέση του δέκτη (Σχήμα 4).

Στην περίπτωση του απλού εντοπισμού με σήμα από τέσσερις δορυφόρους ο δέκτης τοποθετείται στο σημείο του οποίου ζητείται η θέση και λαμβάνει σήμα (C/A ή P κώδικα) από τους δορυφόρους (Σχήμα 5). Με δεδομένα τις 4 αποστάσεις (4 σφαίρες) προσδιορίζονται τόσο οι 3 συντεταγμένες (X,Y,Z) της θέσης του δέκτη όσο και το σφάλμα του χρονομέτρου (dt). Στην πράξη λαμβάνεται σήμα από 6-7 δορυφόρους ταυτόχρονα και εφαρμόζεται συνόρθωση παρατηρήσεων. Στην περίπτωση αυτή η ακρίβεια εντοπισμού θέσης είναι της τάξης των λίγων δεκάδων μέτρων (10-30 m).

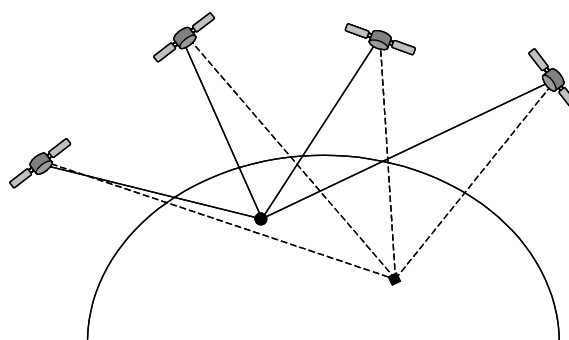


Σχήμα 4. Απλός εντοπισμός θέσης με τρεις δορυφόρους.



Σχήμα 5. Απλός εντοπισμός θέσης με τέσσερις δορυφόρους.

Στο *σχετικό εντοπισμό θέσης* ένας δέκτης τοποθετείται στο σημείο του οποίου ζητείται η θέση κι ένας δεύτερος δέκτης τοποθετείται σε σημείο γνωστών συντεταγμένων στην ευρύτερη περιοχή (Σχήμα 6). Η λήψη σήματος (C/A ή P κώδικα) από τους δορυφόρους ταυτόχρονα από τους δύο δέκτες σε συνδυασμό με τη γνωστή θέση του ενός οδηγεί στην εξάλειψη των τυχαίων σφαλμάτων και σε ακρίβεια προσδιορισμού θέσης της τάξης του 1 μέτρου, και μέτρησης της βάσης (απόσταση των δύο δεκτών) μέχρι και 1ppm.



Σχήμα 6. Σχετικός εντοπισμός θέσης με τέσσερις δορυφόρους.